BEOBACHTBARE OFF-SHELL-EFFEKTE UND DAS PAULI-PRINZIP IN DEN REAKTIONEN ^{4}HE+DEUTERON $\rightarrow$ ^{4}HE+DEUTERON UND ^{4}HE+DEUTERON $\rightarrow$ ^{4}HE+NEUTRON+PROTON

Dissertation

zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften

der Fakultät für Physik
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von

Klaus Hahn
aus Krautostheim

1983

BEOBACHTBARE OFF-SHELL-EFFEKTE UND DAS PAULI-PRINZIP IN DEN REAKTIONEN ^{4}HE+DEUTERON $\rightarrow$ ^{4}HE+DEUTERON UND ^{4}HE+DEUTERON $\rightarrow$ ^{4}HE+NEUTRON+PROTON

Dissertation

zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften

der Fakultät für Physik
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von

Klaus Hahn
aus Krautostheim

1983

Mündliche Prüfung: 21. 6. 1983

Dekan: Prof. Dr. A. Fässler
1. Berichterstatter: Prof. Dr. E. W. Schmid
2. Berichterstatter: Prof. Dr. K. Wildermuth

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Offsetdruck Spengler
Lessingstraße 4 · 7401 Neustetten 1
Telefon (0 74 72) 2 21 45

Meiner lieben Ruth gewidmet

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547619_0002

INHALT

Seite

Einleitung.....1

1.Kapitel Die Anwendung der Faddeev-Streutheorie auf das System ^{4}He-Neutron-Proton.....3
1.1 Die S-Matrixelemente.....3
1.2 Die eindimensionalen Faddeev Gleichungen.....8
1.3 Die Subsysteminformation.....16
1.4 Die Observablen und die Subsysteminformation.....18
1.5 Die Genauigkeit der numerischen Faddeev Rechnungen.....26
2.Kapitel Der Hamiltonoperator.....32
2.1 Das Dreicluster Resonating Group Modell.....32
2.2 Berücksichtigung des Pauli Prinzips in der Faddeev Rechnung.....39
2.3 Das optische Fischgrätenmodell und das Resonating Group Modell.....45
2.4 Phänomenologische und Pauli korrekte Beschreibungen des Systems ^{4}He-Neutron und ihre separable Darstellung.....59
3.Kapitel Die Ergebnisse der Faddeev Streurechnungen.....71
3.1 Off-shell Effekte in den Observablen der elastischen Reaktion ^{4}He+Deuteron $\longrightarrow$ ^{4}He+Deuteron.....71
3.2 Eine Regelmäßigkeit in den off-shell Effekten.....89

3.3 Off-shell Effekte in den Wirkungsquerschnitten der Aufbruchsreaktion ^{4}He+Deuteron $\longrightarrow$ ^{4}He+Neutron+Proton.....96
3.4 Zusammenfassung.....105
Anhang1.....106
Anhang2.....107

Abstract

KLAUS,HAHN:

BEOBACHTBARE OFF SHELL EFFEKTE UND DAS PAULI-PRINZIP IN DEN REAKTIONEN ^{4}HE+DEUTERON$\longrightarrow$^{4}HE+DEUTERON UND ^{4}HE+DEUTERON$\longrightarrow$ ^{4}HE+NEUTRON+PROTON

Nach einer Einführung in die Streutheorie dreier Teilchen wird die Partialwellenzerlegung der Faddeev Gleichungen diskutiert. Anschließend werden Observable der Dreiteilchenstreuung und ihr Zusammenhang mit den half-off-shell Subsystemübergangsmatrixelementen analysiert.Am Ende von Kap.1 wird auf die numerische Qualität des verwendeten Faddeev Codes eingegangen.Im zweiten Kapitel wird der Hamiltonoperator des Dreiclustersystems ^{4}He-Neutron-Proton definiert.Ausgehend vom Dreicluster Resonating Group Modell wird gezeigt wie Clusterstrukturen und das Pauli-Prinzip in den Hamiltonoperator eingebaut werden.Die einzelnen Subsysteme werden durch eine Approximation des jeweiligen energieunabhängigen Resonating Group Modells beschrieben.Die Güte dieser Näherung wird an vier Beispielen demonstriert.Schließlich wird gezeigt,daß der diskutierte Hamiltonoperator in den Subsystemen phasenäquivalent zu einem rein phänomenologisch definierten Hamiltonoperator ist,so daß Unterschiede die beide Hamiltonoperatoren in den Dreiteilchenstreuobservablen erzeugen reine off-shell Effekte sein müssen.Im dritten Kapitel werden für die elastische und die Aufbruchsreaktion die Observablen beider Hamiltonoperatoren bei $E^{Labor}_{Deuteron}$=7.5 und 12 MeV dargestellt und,falls möglich,mit dem Experiment verglichen.Die elastische Reaktion zeigt starke off-shell Effekte und damit die Bedeutung der mikroskopischen Theorie;bei Rückwärtswinkeln ,wo die vernachlässigte Coulombwechselwirkung kaum wirksam sein sollte,zieht das Experiment eindeutig die Rechnung mit Einschluß des Pauli-Prinzips vor.Daß es möglich ist auch in umgekehrter Richtung konstruktiv von den Dreiteilchenstreuobservablen auf die Subsystemwechselwirkung zu schließen,wird am Beispiel der $^2S_{1/2}$-^{4}He-Neutron Wechselwirkung demonstriert.Der Aufbruch schließlich zeigt in final state Maxima klare off-shell Effekte, die Rückschlüsse auf die $^6Li^+$ Resonanz zulassen.

Einleitung

Die anfangs der sechziger Jahre von Faddeev mathematisch begründete Streutheorie dreier Teilchen (1) fand inzwischen Anwendung in vielen Berechnungen der elastischen und inelastischen Nukleon-Deuteron Streuung (2, 3). Einer der Gründe für dieses Interesse sind die sogenannten off-shell Effekte in den Dreiteilchenobservablen. Sie enthalten Information über die gesamte Streuwelle je zweier isolierter Teilchen und damit weit mehr Information über die paarweise Wechselwirkung als die Observablen der entsprechenden Zweiteilchenstreuung; die Streutheorie zweier Teilchen kann nur über den asymptotischen Bereich der Streuwelle Auskunft geben und somit phasenäquivalente Potentiale nicht unterscheiden. Deshalb ist es im Prinzip möglich, mit Hilfe der Faddeev Streutheorie zur Aufklärung des umstrittenen "short range" Bereichs der Nukleon-Nukleon Wechselwirkung beizutragen. Entscheidend dabei ist, ob die Unterschiede in den Dreiteilchenobservablen, die von verschiedenen phasenäquivalenten Potentialen herrühren, größer sind als die Meßungenauigkeit der experimentellen Daten; erst dann kann das Experiment eine Auswahl unter den Potentialen treffen. Ein negatives Beispiel wurde 1974 von Brayshaw (4) konstruiert. Er stellte an eine Klasse phasenäquivalenter Potentiale die Zusatzbedingung, die Bindungsenergie von Triton wiederzugeben und fand, bei einer Einschußenergie von $E_{Nukleon,Lab} = 14.4$ MeV, für spinunabhängige Dreiteilchenobservablen nur noch off-shell Unterschiede von etwa 1%. Davon ausgehend äußerte Brayshaw die Befürchtung, daß man durch off-shell Studien mit Hilfe der sehr aufwendigen Dreiteilchenstreutheorie nicht mehr zusätzliches Wissen über das Nukleon-Nukleon Potential gewinnen kann als durch einfachere Dreiteilchenrechnungen für das gebundene System Triton. Die Diskussion über meßbare off-shell Effekte ist auch heute noch im Gange, positive Ergebnisse für spinabhängige Observablen des Dreinukleonensystems wurden 1981 von Doleschall gefunden (5).

Verglichen mit dem Dreinukleonensystem befinden sich die Streurechnungen dreier zusammengesetzter Kerne erst im Anfangsstadium. Bisher wurden nur für das System ^{4}He -Neutron-Proton realistische Faddeev Rechnungen durchgeführt, da für schwere Kerne das noch ungelöste Problem der Coulomb-Wechselwirkung in der Dreiteilchen-

dynamik (6) möglicherweise zu stark ins Gewicht fällt. Drei Autoren(gruppen) haben sich bis jetzt mit Faddeev Rechnungen des Systems ^{4}He -Neutron-Proton beschäftigt (7, 8, 9, 10, 11); sie erreichten in allen Fällen eine wenigstens befriedigende Übereinstimmung mit dem Experiment, obwohl für die beteiligten Zweiteilchensysteme ^{4}He -Nukleon und Neutron-Proton nur einfache phänomenologische Potentialformen verwendet wurden. In der folgenden Arbeit wollen wir diese Untersuchungen fortführen und werden dabei erstmals für das System ^{4}He -Nukleon mikroskopisch begründete Potentiale verwenden. Diese Wechselwirkungen werden durch eine Approximation des Dreicluster Resonating Group Modells, durch das sogenannte optische Fischgrätenmodell (12) definiert. Dreiteilchenkräfte, die im Dreiclustersystem durch die Antisymmetrisierung auftreten, werden wir reduzieren, indem wir eine Transformation, welche die Observablen nicht verändert, durchführen. Unter Vernachlässigung dieser reduzierten Dreiteilchenkräfte können wir dann einen Hamiltonoperator für die drei Clusterzentren definieren, der das Pauli Prinzip der Fünfnukleonensysteme ^{4}He -Nukleon mit praktisch derselben Qualität wie das entsprechende Zweicluster Resonating Group Modell enthält (13). Da sich die Unterschiede zwischen den mikroskopischen und den phänomenologischen Potentialen auf den "short range" Bereich der ^{4}He - Nukleon Streuwelle reduzieren lassen, werden wir, wie im Dreinukleonenfall, nach off-shell Effekten suchen. Wir hoffen dabei, daß die mikroskopisch begründeten Potentiale in den Dreiteilchenstreuobservablen eine Verbesserung gegenüber den phänomenologischen Rechnungen zeigen; oder daß sich wenigstens zeigen läßt, daß im System ^{4}He -Neutron-Proton die Clusterstruktur des ^{4}He - Kernes und die Antisymmetrisierung beobachtbare Konsequenzen haben und damit nicht vernachlässigt werden sollten.

1.Kapitel Die Anwendung der Faddeev-Streutheorie auf das System ^{4}He -Neutron-Proton

1.1 Die S-Matrix Elemente

Im folgenden soll der Zusammenhang zwischen den Dreiteilchenstreuobservablen und den Potentialen je zweier beteiligter Teilchen skizziert werden.Ausführliche Darstellungen der Dreiteilchenstreutheorie (DTS) findet man in (14,15,16) .Wir werden,bis auf triviale Änderungen (14) als theoretischen Rahmen zugrunde legen.
Betrachten wir eine Reaktion dreier verschiedener Teilchen, die wir mit i=1,2,3 numerieren.Analog bezeichne $\vec{x}_i$,m_i , $\vec{k}_i$, $\vec{s}_i$ jeweils den Ort,die Masse,den Wellenvektor und die Spins.Der Übergang ins Schwerpunktsystem (CM) erlaubt eine Koordinate zu eliminieren;drei verschiedene Jakobisysteme finden in der DTS zugleich Verwendung:

$$\vec{r}_i = \vec{x}_j - \vec{x}_k$$

$$\vec{R}_i = \vec{x}_i - \frac{m_j \vec{x}_j + m_k \vec{x}_k}{m_j + m_k} \qquad (1.1)$$

$$\vec{R} = \frac{m_i \vec{x}_i + m_j \vec{x}_j + m_k \vec{x}_k}{m_i + m_j + m_k}$$

,wobei gilt: (i,j,k)=zyklische Vertauschung des Tripels (1,2,3). Anschaulich haben wir im System i für die Teilchen i,j,k folgende Situation:

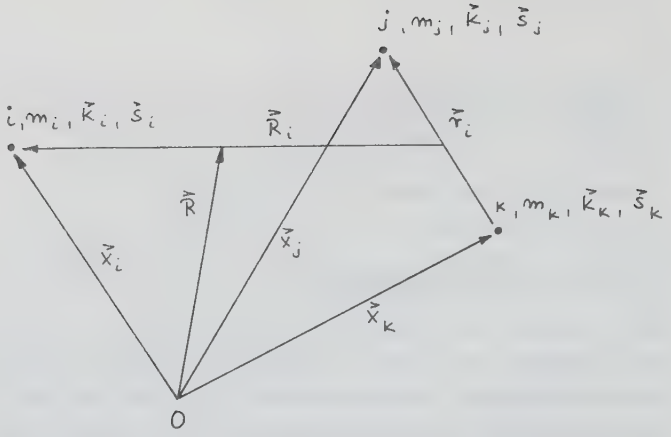


Bild 1.1

Wegen $\vec{R} = 0$ im CM genügt eine Angabe der zwei Koordinaten $\vec{R}_i$ und $\vec{r}_i$,nämlich die des Spektators i und die des Subsystems i,um den Ort der drei Teilchen festzulegen.Die zugehörigen kanonisch konjugierten Impulse sind definiert als:

$$\vec{p}_i^{\,J} = \frac{m_k \hbar \vec{k}_j - m_j \hbar \vec{k}_k}{m_k + m_j}$$

$$\vec{q}_i^{\,J} = \frac{(m_j + m_k)\hbar \vec{k}_i - m_i(\hbar \vec{k}_j + \hbar \vec{k}_k)}{m_i + m_j + m_k} \qquad (1.2)$$

$$\vec{P}^{\,J} = 0.$$

Häufig verwendet man in der DTS,wir werden dem folgen,für die Impulsdarstellung die Lovelace Impulse,

$$\vec{p}_i = \vec{p}_i^{\,J} \left(\frac{m_j + m_k}{2 m_j m_k}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\vec{q}_i = -\vec{q}_i^{\,J} \left(\frac{m_i + m_j + m_k}{2 m_i (m_j + m_k)}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (1.3)$$

$$\vec{P} = 0 .$$

Die Lovelace Impulse verschiedener Koordinatensysteme sind miteinander verknüpft,es gilt,vgl. (17),

$$\vec{p}_i = -A_{ij}\vec{p}_j - B_{ij}\vec{q}_j = -A_{ik}\vec{p}_k + B_{ik}\vec{q}_k$$

(1.3a)

$$\vec{q}_i = B_{ij}\vec{p}_j - A_{ij}\vec{q}_j = -B_{ik}\vec{p}_k - A_{ik}\vec{q}_k$$

,wobei

$$A_{ij} = \left(\frac{m_i m_j}{(m_j+m_k)(m_i+m_k)}\right)^{\frac{1}{2}},\quad B_{ij} = \left(\frac{(m_i+m_j+m_k)m_k}{(m_j+m_k)(m_i+m_k)}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$A_{ik} = \left(\frac{m_i m_k}{(m_k+m_j)(m_i+m_j)}\right)^{\frac{1}{2}},\quad B_{ik} = \left(\frac{(m_i+m_j+m_k)m_j}{(m_k+m_j)(m_i+m_j)}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Wenden wir uns der Dynamik der DTS zu und betrachten wir zuerst Streuprozesse allgemein(14).Definieren wir:

$|\psi_i(t)^+\rangle$ = gesamte Streuwelle des Systems,die sich aus einem asymptotischen Anfangszustand $|\chi_i(t)\rangle$ entwickelt hat,

$|\chi_f(t)\rangle$ =asymptotischer Endzustand,

so sind die S-Matrix Elemente,also die Übergangsamplituden $\langle\chi_f|S_{fi}|\chi_i\rangle := \lim_{t\to\infty}\langle\chi_f(t)|\psi_i^+(t)\rangle$ der wesentliche Teil der Information aus der sich alle Streuobservablen errechnen lassen.

Die Physik läßt im Falle der DTS zwei Gruppen von asymptotischen Zuständen zu:

1. Jeweils zwei Teilchen sind gebunden,das dritte ist frei,
2. alle Teilchen sind frei.

Wir beschreiben im folgenden die DTS zeitunabhängig und verwenden für die erste Gruppe die Indizierung im (fn) um anzudeuten,daß im asymptotischen Anfangs(End)-zustand das Subsystem $i(f)$ im m-ten (n-ten) Niveau gebunden ist.Die S-Matrix Elemente lassen sich dann schreiben als:

$$(1.4) \qquad \langle \chi_{fn} | S_{fi}(E^+) | \chi_{im} \rangle = \delta_{if}\ \delta_{nm}\ \delta(\vec{q}_i - \vec{q}_f)$$

$$- 2\pi i\ \delta(E_i - E_f)\ \langle \chi_{fm} | U_{fi}(E^+) | \chi_{im} \rangle$$

,wobei:
$E_i = E = E_f$ = Energie des Subsystems vor, während und nach der Streuung im Schwerpunktsystem,
E^+ charakterisiert in üblicher Weise die Randbedingungen der Streuung.
Die Operatoren $U_{fi}(E^+)$ sind bestimmt durch die von Alt, Grassberger und Sandhas vorgeschlagene Version der Faddeev Gleichungen (AGS) :

$$(1.5) \qquad U_{fi}(z) = (1 - \delta_{fi})\, G_0^{-1}(z) + \sum_{k=1}^{3} (1 - \delta_{kf})\, T_k(z)\, G_0(z)\, U_{ki}(z)$$

,wobei: $z = E + i\epsilon$, $\epsilon > 0$,
$f, i = 1, 2, 3$ entsprechend den drei Möglichkeiten gebundene Subsysteme zu bilden,
$G_0(z) = (z - H_0)^{-1}$, H_0 = Operator der kinetischen Energie des Dreiteilchensystems.
Der Gesamthamiltonoperator H wird in (1.5) vorausgesetzt als $H = H_0 + V_1 + V_2 + V_3$, wobei gilt:

$$(1.6) \qquad V_k = v_k \otimes Id_k^{Sp}$$

Id_k^{Sp} ist der Identitätsoperator im Raum der Wellenfunktionen des Spektators k, v_k ist das Potential im Raum der Wellenfunktionen des Subsystems k.
Für die Operatoren $T_k(z)$ gilt:

$$(1.7) \qquad T_k(z) = t_k(z - q_k^2) \otimes Id_k^{Sp}$$

,wobei $t_k(z-q_k^2)$ der Übergagangsoperator im Subsystem k ist, da $w_k = z - q_k^2$ mit der komplexen Subsystemenergie übereinstimmt.Dieser Operator beschreibt also die Zweiteilchenstreuung (ohne Einfluß des Spektators) im Subsystem k und genügt der Gleichung:

$$(1.8) \qquad t_k(w_k) = v_k + v_k \frac{1}{w_k - p_k^2} t_k(w_k) .$$

Betrachten wir schließlich einen Übergang von einem asymptotischen Anfangszustand der ersten Gruppe in einen asymptotischen Endzustand der zweiten Gruppe,so gilt:

$$(1.9) \quad \langle \chi_o | S_{oi}(E^+) | \chi_{im} \rangle = -2\pi i \delta(E_i - E_o) \langle \chi_o | \sum_{\ell=1}^{3} T_\ell(E^+) G_o(E^+) U_{\ell i}(E^+) | \chi_{im} \rangle$$

, $f = o$ in diesem Fall,man bezeichnet diese Streuung oft als Aufbruchsreaktion.

1.2 Die eindimensionalen Faddeev Gleichungen

Die Impulsdarstellung von (1.5) führt auf ein System von neundimensionalen gekoppelten Integralgleichungen.Bei der praktischen Berechnung verwendet man deshalb,neben der Partialwellenzerlegung die auf ein dreidimensionales System führt,separable Potentiale und gelangt schließlich zu eindimensionalen Gleichungen,vgl.(17).Dabei wird das System (1.5),wie wir im folgenden sehen werden,in einer Form gelöst,die direkt die in (1.4) und (1.9) benötigten Matrixelemente enthält.Vor allem wegen der simultanen Verwendung von drei Jakobikoordinatensystemen und der damit verbundenen Umkopplung von Subsystemdrehimpulsen ist die genaue Herleitung des eindimensionalen Systems sehr langwierig,eine übersichtliche Darstellung findet man in (17).Wir wollen im folgenden nur die wesentlichen Schritte und das Endergebnis angeben.
Ein separables Subsystempotential

$$(1.10)\quad v_k = \sum_{m_k,m_k=1}^{N_k} |u_{m_k}\rangle \lambda_{m_k m_k} \langle u_{m_k}|\,, \quad \lambda_{m_k m_k} \in \mathbb{R}$$

wird mit Hilfe der Hilbert-Schmidt Eigenvektoren $\{|f_{m_k}(w_k)\rangle\}$ auf Diagonalform gebracht.Die Eigenvektoren $\{|f_{n_k}(w_k)\rangle\}$ sind definiert durch die Eigenwertgleichung:

$$(1.11)\quad v_k \frac{1}{h_{0k} - w_k} |f_{m_k}(w_k)\rangle = \eta_{m_k}(w_k)\, |f_{m_k}(w_k)\rangle$$

w_k =komplexe Energie des Zweiteilchensystems,
h_{0k}=Operator der kinetischen Energie des Subsystems k.
Das Potential und der zugehörige Übergangsoperator lauten in dieser Darstellung:

$$(1.12)\quad v_k = \sum_{m_k=1}^{N_k} |f_{m_k}(w_k)\rangle\, \eta_{n_k}(w_k) \langle f_{m_k}(w_k^*)|\,,$$

$$(1.13)\quad t_k(w_k) = \sum_{m_k=1}^{N_k} |f_{m_k}(w_k)\rangle\, \tau_{n_k}(w_k)\, \langle f_{m_k}(w_k^*)|$$

,wobei $\tau_{n_k}(w_k) = \eta_{n_k}(w_k)/(1-\eta_{n_k}(w_k))$. Die Herleitung von (1.12) und (1.13) findet man in (18). Betrachten wir den asymptotischen Zustand $|\chi_{km}\rangle$, k=1,2,3, und faktorisieren ihn in den auf 1 normierten Bindungszustand $|\psi_{km}\rangle$ des Subsystems mit der Energie $(E_k - q_k^2)$ und in den Zustand $|\phi_k\rangle$ des freien Spektators mit der Energie q_k^2, also $|\chi_{km}\rangle = |\psi_{km}\rangle |\phi_k\rangle$. Da $|\chi_{km}\rangle$ der Schrödingergleichung

$$(1.14)\quad (H_0 + V_k)\, |\chi_{km}\rangle = E_k\, |\chi_{km}\rangle$$

genügt, folgt

$$(1.15)\quad |\chi_{km}\rangle = G_0(E^+) \sum_{m_k=1}^{N_k} \eta_{n_k}(E_k^+ - q_k^2)\, \langle f_{m_k}(E_k^+ - q_k^2)|\psi_{km}\rangle\, |f_{m_k}(E_k^+ - q_k^2)\rangle |\phi_k\rangle$$

Für (1.4) folgt damit

$$(1.16)\quad \langle \chi_{fn}|U_{fi}(E^+)|\chi_{im}\rangle = \sum_{m_i=1}^{N_i} \sum_{m_f=1}^{N_f} \eta_{n_i}(E^+ - q_i^2)\, \eta_{n_f}(E^+ - q_f^2)$$

$$\langle f_{m_i}(E^+ - q_i^2)|\psi_{im}\rangle \langle \psi_{fn}|f_{m_f}(E^+ - q_f^2)\rangle \langle \phi_f| \langle f_{m_f}(E^+ - q_f^2)|G_0(E^+)$$

$$U_{fi}(E^+)\, G_0(E^+)\, |f_{m_i}(E^+ - q_i^2)\rangle |\phi_i\rangle .$$

Um die S-Matrixelemente (1.9) umformulieren zu können, beachten

wir daß $|\chi_0\rangle$ ein Element aus dem Impuls- und Spinraum ist. Bezeichnen wir mit S_l, S_{lz} die Spinfreiheitsgrade des l-ten Teilchens, so gilt:

$$(1.17)\quad |\chi_0\rangle = |\vec{p}_1 \vec{q}_1 S_1 S_2 S_3 S_{1z} S_{2z} S_{3z}\rangle =$$

$$= |\vec{p}_2 \vec{q}_2 S_1 S_2 S_3 S_{1z} S_{2z} S_{3z}\rangle = |\vec{p}_3 \vec{q}_3 S_1 S_2 S_3 S_{1z} S_{2z} S_{3z}\rangle ,$$

oder allgemein

$$|\chi_0\rangle = |\vec{p}_k \vec{q}_k S_k S_m S_l S_{kz} S_{mz} S_{lz}\rangle =$$

$$= |\vec{p}_k S_m S_l S_{mz} S_{lz}\rangle |\phi_k\rangle ,$$

wobei (k,m,l)=zyklische Vertauschung von (1,2,3).
Für (1.9) erhält man damit:

$$(1.18)\quad \langle \chi_0 | \sum_{l=1}^{3} T_l(E^+) G_0(E^+) U_{li}(E^+) | \chi_{in}\rangle = \sum_{l=1}^{3} \sum_{m_l=1}^{N_l} \sum_{m_i=1}^{N_i}$$

$$\eta_{m_i}(E^+ - q_i^2) \langle f_{m_i}(E^+ - q_i^2) | \psi_{in}\rangle \langle S_m S_k S_{mz} S_{kz} | \langle \vec{p}_l | f_{m_l}(E^+ - q_l^2)\rangle$$

$$\tau_{m_l}(E^+ - q_l^2) \langle \phi_l | \underline{\langle f_{m_l}(E^+ - q_l^2) | G_0(E^+) U_{li}(E^+) G_0(E^+)}$$

$$\underline{| f_{m_i}(E^+ - q_i^2)\rangle} | \phi_i\rangle .$$

Es sind im wesentlichen die unterklammerten Operatoren, für die wir ein Gleichungssystem formulieren wollen. Die Partialwellenzerlegung im Impuls- und Spinraum für eine drehimpulsabhängige Darstellung definieren wir wie folgt. Für die Funktionen $\mathcal{Y}^{*}_{\substack{l_k k_k \\ j_k j_{kz}}}$ gilt:

$$(1.19)\quad \mathcal{Y}^{*}_{\substack{l_k k_k \\ j_k j_{kz}}}(\hat{p}_k) = \sum_{l_{kz} k_{kz}} \sum_{S_{mz} S_{lz}} \langle l_k k_k l_{kz} k_{kz} | j_k j_{kz}\rangle *$$

$$* \langle S_m S_l S_{mz} S_{lz} | k_k k_{kz}\rangle \, Y^{*}_{l_k l_{kz}}(\hat{p}_k)$$

Bis auf die Spineigenvektoren stimmen $\mathcal{Y}^{*}_{\substack{l_k k_k \\ j_k j_{kz}}}$ mit den verall-

gemeinerten Kugelfunktionen (19) überein.Es bezeichnen dabei
$\vec{l}_k = \vec{r}_k \times \vec{p}_k$ $\vec{k}_k = \vec{S}_e + \vec{S}_m$ und
$\vec{j}_k = \vec{l}_k + \vec{k}_k$ den Bahndrehimpuls,Spin und Gesamtdrehimpuls des Subsystems k.Wir definieren $\tilde{\mathcal{Y}}^*_{\substack{l_k k_k \\ j_k j_{kz}}}(\hat{p}_k)$ als

$$(1.20) \qquad \tilde{\mathcal{Y}}^*_{\substack{l_k k_k \\ j_k j_{kz}}}(\hat{p}_k) = \mathcal{Y}^*_{\substack{l_k k_k \\ j_k j_{kz}}}(\hat{p}_k)$$

,mit eingeschränkter interner Summation;welche Summationen eingeschränkt werden,geht aus dem folgenden immer eindeutig hervor.
Für die Basisvektoren im Impuls-und Spinraum $\{|\vec{p}_k S_m S_e S_{mz} S_{ez}\rangle\}$ definieren wir dann die Partialwellenzerlegung durch (17)

$$(1.21) \quad |\vec{p}_k S_m S_e S_{mz} S_{ez}\rangle = \sum_{\substack{l_k k_k \\ j_k j_{kz}}} \tilde{\mathcal{Y}}^*_{\substack{l_k k_k \\ j_k j_{kz}}}(\hat{p}_k) \, |p_k l_k k_k j_k\rangle$$

,wobei $\{|p_k l_k k_k j_k\rangle\}$ die Eigenvektoren von h_{0k}, $\vec{l}_k^{\,2}$, $\vec{k}_k^{\,2}$, $\vec{j}_k^{\,2}$ und j_{kz} sind.Wegen Drehinvarianz sind die folgenden Matrixelemente von $\vec{j}_{kz}$ unabhängig und wir unterdrücken den entsprechenden Index.In (1.21) ist die interne Summation durch die konstanten S_{mz} und S_{ez} eingeschränkt.Für die Basisvektoren des Gesamtsystems definieren wir analog,

$$(1.22) \quad |\vec{p}_k \vec{q}_k S_k S_m S_e S_{kz} S_{mz} S_{ez}\rangle = \sum_{\substack{l_k k_k j_k j_{kz} \\ L_k K_k J J_z}} \tilde{\mathcal{Y}}^*_{\substack{l_k k_k \\ j_k j_{kz}}}(\hat{p}_k) \, \tilde{\mathcal{Y}}^*_{\substack{L_k K_k \\ J J_z}}(\hat{q}_k) \, |p_k q_k l_k k_k j_k L_k K_k J\rangle .$$

Für die beiden Basissysteme verwenden wir die für Darstellungen übliche Normierung

(1.22a) $\langle \vec{p}_k \vec{q}_k S_k S_\mu S_e S_{kz} S_{\mu z} S_{ez} | \vec{p}_k' \vec{q}_k' S_k S_\mu S_e S_{kz}' S_{\mu z}' S_{ez}' \rangle =$

$= \delta(\vec{p}_k - \vec{p}_k') \; \delta(\vec{q}_k - \vec{q}_k') \; \delta_{S_{kz} S_{kz}'} \; \delta_{S_{\mu z} S_{\mu z}'} \; \delta_{S_{ez} S_{ez}'}$,

und

(1.22b) $\langle p_k q_k \ell_k h_k j_k L_k K_k J | p_k' q_k' \ell_k' h_k' j_k' L_k' K_k' J' \rangle =$

$= \delta_{\ell_k \ell_k'} \delta_{h_k h_k'} \delta_{j_k j_k'} \delta_{L_k L_k'} \delta_{K_k K_k'} \delta_{JJ'} \frac{\delta(p_k - p_k')}{p_k^2} \frac{\delta(q_k - q_k')}{q_k^2}$.

Dabei bezeichnen $\vec{L}_k = \vec{R}_k \times \vec{q}_k$, $\vec{K}_k = \vec{S}_k + \vec{j}_k$, $\vec{J} = \vec{K}_k + \vec{L}_k$ den Bahndrehimpuls des Spektators, den Kanalspin und den Gesamtdrehimpuls. In $\tilde{Y}^*_{\substack{L_k K_k \\ j_{kz}}}(\hat{q}_k)$ ist die Summation über S_{kz} und j_{kz} dadurch eingeschränkt, daß S_{kz} , $S_{\mu z}$, S_{ez} konstant sind. Manchmal werden wir die Quantenzahlen zusammenfassen zu:

(1.23) $$\alpha_k = (\ell_k, h_k, j_k)$$

$$\beta_k = (j_k, L_k, K_k)$$

$$\Omega_k = (\alpha_k, L_k, K_k) .$$

Die drehimpulsabhängige Formulierung der Subsystempotentiale lautet dann, vgl. (1.10) bis (1.12),

(1.24) $\langle \vec{p}_k S_\mu S_e S_{\mu z} S_{ez} | v_k | \vec{p}_k' S_\mu S_e S_{\mu z}' S_{ez}' \rangle =$

$= \sum_{\substack{\alpha_k \alpha_k' j_{kz} j_{kz}' \\ \text{, wobei}}} \tilde{Y}^*_{\alpha_k j_{kz}}(\hat{p}_k) \langle p_k \alpha_k | v_k | p_k' \alpha_k' \rangle \tilde{Y}_{\alpha_k' j_{kz}'}(\hat{p}_k')$

$\langle p_k \alpha_k | v_k | p_k' \alpha_k' \rangle = \sum_{m_k, m_k' = 1}^{N_k} \langle p_k \alpha_k | u_{m_k} \rangle \Lambda^{\alpha_k}_{m_k m_k'} \langle p_k' \alpha_k' | u_{\mu_k} \rangle =$

$$= \sum_{m_k=1}^{N_k} \langle p_k \alpha_k | f_{m_k}(w_k) \rangle \, \eta_{m_k}^{\alpha_k}(w_k) \langle f_{m_k}(w_k^*) | p_k' \alpha_k' \rangle \quad .$$

Obwohl wir im Nukleon-Nukleon Subsystem Tensorkräfte haben, hängt $\eta_{m_k}^{\alpha_k}(w_k)$ nur von einem Bahndrehimpuls ℓ_k ab:die ℓ_k'-Abhängigkeit des Potentiales ist im Formfaktor $\langle f_{m_k}(w_k^*) | p_k' \alpha_k' \rangle$ enthalten.
Für den Übergangsoperator gilt entsprechend,vgl. (1.13),

$$(1.25) \quad \langle p_k \alpha_k | t_k(w_k) | p_k' \alpha_k' \rangle = \sum_{m_k=1}^{N_k} \langle p_k \alpha_k | f_{m_k}(w_k) \rangle \, \tau_{m_k}^{\alpha_k}(w_k) \langle f_{m_k}(w_k^*) | p_k' \alpha_k' \rangle$$

,wobei

$$(1.26) \quad \tau_{m_k}^{\alpha_k}(w_k) = \eta_{m_k}^{\alpha_k}(w_k) \Big/ \left(1 - \eta_{m_k}^{\alpha_k}(w_k) \right) .$$

Das eindimensionale System kann nun leicht angegeben werden.
Definiert man

$$(1.27) \quad \langle q_k n_k \ell_k' k_k' \beta_k J | X_{ki}(z) | n_i q_i D_i J \rangle = \int_{k}^{12} dp_k' \, p_i^2 \, dp_i$$

$$\langle f_{m_k}(z^* - q_k^2) | p_k' \ell_k' k_k' j_k \rangle \langle p_k' q_k \ell_k' k_k' \beta_k J | G_0(z) U_{ki}(z) G_0(z)$$

$$| p_i q_i D_i n_i J \rangle \langle p_i \alpha_i | f_{m_i}(z - q_i^2) \rangle \, ,$$

und

$$(1.28) \quad \langle q_f n_f D_f J | Z_{fk}(z) | q_k n_k D_k J \rangle = (1 - \delta_{fk})$$

$$\int p_f^2 \, dp_f \, p_k^2 \, dp_k \, \langle f_{m_f}(z^* - q_f^2) | p_f \alpha_f \rangle \langle p_f q_f D_f J |$$

$$G_0(z) | p_k q_k D_k J \rangle \langle p_k \alpha_k | f_{m_k}(z - q_k^2) \rangle \, ,$$

so gilt,vgl. (14)

$$(1.29)\quad \langle q_f n_f D_f J \mid X_{fi}(E^+) \mid q_i n_i D_i J\rangle =$$

$$= \langle q_f n_f D_f J \mid Z_{fi}(E^+) \mid q_i n_i D_i J\rangle + \sum_{k=1}^{3} \sum_{n_k D_k \ell_k'} \int q_k^2 \, dq_k$$

$$\langle q_f n_f D_f J \mid Z_{fk}(E^+) \mid q_k n_k D_k J\rangle \, \tau_{n_k}^{d_k}(E^+ - q_k^2)$$

$$\langle q_k n_k \ell_k' k_k \beta_k J \mid X_{ki}(E^+) \mid q_i n_i D_i J\rangle$$

für Subsystemwechselwirkungen v_k ,die $\vec{j}_k^{\,2}$ und $\vec{k}_k^{\,2}$ erhalten. Erst das gekoppelte System (1.29) ,für einen Hamiltonoperator H,in dem $\vec{J}^2$, $\vec{J}_z$ und die Parität $P = (-1)^{\ell_k}(-1)^{L_k}$ die Erhaltungsgrößen sind,ist einfach genug um mit Hilfe moderner Rechenmaschinen gelöst zu werden.Dennoch sind bei Verwendung separabler Potentiale mit Rang > 1 für Subsysteme die Resonanzen enthalten die Rechenzeiten enorm.Für die Faddeev-Rechnungen zu dieser Arbeit wurden mehr als 2000 Stunden Rechenzeit benötigt.Um den Aufwand etwas verständlich zu machen,wollen wir zu unserem speziellen Problem zurückkehren.Numerieren wir die Teilchen ^{4}He ,Neutron,Proton mit 1,2,3 und beschreiben wir die Wechselwirkung im Subsystem 1,vgl. (1.24) ,durch eine Tensorkraft in den Partialwellen $\ell_1 = 0,2$; $j_1 = 1$; $k_1 = 1$; die Wechselwirkung in den Subsystemen 2 und 3 durch eine Spin-Bahnkraft in den Partialwellen $\ell_{2,3} = 0,1,1$; $k_{2,3} = 1/2$, $1/2, 1/2$; $j_{2,3} = 1/2, 1/2, 3/2$ so sind z.B. für $J^P = 2^-$ nach den Regeln der Drehimpulsaddition folgende Kombinationen möglich:

$J^P = 2^-$	ℓ_k	k_{2_k}	j_k	k_k	L_k
$k = 1$	0, 2	1	1	1	3, 1
$k = 2, 3$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	3, 1
	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0 1	2 2
	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	2 1	4, 2, 0 2

Deshalb sind für $N_1 = N_2 = N_3 = 1$,vgl. (1.24) ,20 gekoppelte Gleichungen (1.29) zu lösen um ein Matrixelement zu berechnen. Bei $N_1 = 1$, $N_2 = N_3 = 3$ sind es bereits 52 gekoppelte Gleichungen.Um von höheren J unabhängige Observable zu erhalten,muß (1.29) für $J^P = 0^-, 1^+, \ldots, 9^+, 9^-$ berechnet werden.Hinzu kommt,daß (1.28) für $z = E^+$ ein singuläres Verhalten aufweist das aufwendige numerische Verfahren erfordert und daß in unserer Reaktion $\tau_{n_k}^{d_k}$,vgl. (1.26) ,Resonanzschwingungen besitzt,also ebenfalls eine sehr genaue Numerik notwendig macht,vgl.Kap. 1.4 .Die Zahl der gekoppelten Gleichungen kann noch etwas reduziert werden,indem man in (1.24) versucht mit möglichst wenig $\Lambda_{n_k m_k}^{d_k} \neq 0$ (bzw. $\eta_{n_k}^{d_k} \neq 0$) die Subsystemwechselwirkung zu definieren,und damit also je nach Drehimpulsen d_k mit einem Rang rechnet für welchen gilt $N_k^{d_k} \leq N_k$.

1.3 Die Subsysteminformation

Wir können nun präzisieren, weshalb die DTS bei einer Einschußenergie mehr Information über die Subsysteme ergibt als die jeweilige (elastische) Zweiteilchenstreuung bei einer Energie. Gleichung (1.29) enthält die Matrixelemente

$$(1.30) \qquad \underline{\langle p_k d_k \mid t_k(E^+ - q_k^2) \mid p_k' \ell_k' k_k' j_k \rangle} \quad ,$$

vgl. (1.27), (1.28), wobei $p_k, p_k', q_k \in [0,\infty)$ und voneinander unabhängig sind. Falls p_k^2, $p_k'^2$ und $E - q_k^2$ jeweils voneinander verschieden sind, nennt man die Matrixelemente "full-off-shell", für $p_k^2 \neq p_k'^2 = E - q_k^2$ oder $p_k'^2 \neq p_k^2 = E - q_k^2$ nennt man sie "half-off-shell", für $p_k^2 = p_k'^2 = E - q_k^2$ "on-shell". Analog (1.4) gilt für die S-Matrixelemente der Subsystemstreuung, bei der Energie

$$(1.31) \quad \langle \vec{p}_k S_\ell S_\mu S_{\ell z} S_{\mu z} \mid S(e_k^+) \mid \vec{p}_k' S_\ell S_\mu S_{\ell z}' S_{\mu z}' \rangle =$$

$$= \hat{\delta}_{kk'} - 2\pi i \, \delta(p_k^2 - p_k'^2) \langle \vec{p}_k S_\ell S_\mu S_{\ell z} S_{\mu z} \mid t_k(e_k^+)$$

$$\mid \vec{p}_k' S_\ell S_\mu S_{\ell z}' S_{\mu z}' \rangle = \hat{\delta}_{kk'} - 2\pi i \, \delta(p_k^2 - p_k'^2) \sum_{d_k j_{kz} \ell_k' k_k' j_k}$$

$$\tilde{\mathcal{Y}}_{d_k j_{kz}}(\hat{p}_k) \underline{\langle p_k d_k \mid t_k(e_k^+) \mid p_k' \ell_k' k_k' j_k \rangle} \tilde{\mathcal{Y}}^*_{\substack{\ell_k' k_k' \\ j_k j_{kz}'}}(\hat{p}_k') \quad ,$$

wobei $p_k^2 = p_k'^2 = e_k$ und $\hat{\delta}_{kk'} = \delta(\vec{p}_k - \vec{p}_k') \langle S_{\mu z} \mid S_{\mu z}' \rangle \langle S_{\ell z} \mid S_{\ell z}' \rangle$.

Die Zweiteilchenobservablen sind also durch die "on-shell" Matrixelemente bestimmt. Wir wissen aus der Streutheorie zweier Teilchen, daß die Streuwelle in Ortsdarstellung $\langle \vec{r}_k \mid \psi_{e_k}^+ \rangle$ dadurch nur asymptotisch, also für $|\vec{r}_k| \to \infty$, festgelegt ist. Nimmt man noch die "half-off-shell" Elemente bei der Energie $p_k'^2 = e_k$ hinzu, so läßt sich damit die gesamte Streuwelle berechnen, da gilt

$$(1.32) \quad |\psi_{e_k}^+\rangle = |\vec{p}_k' S_\ell S_\mu S_{\ell z}' S_{\mu z}'\rangle + g_0(e_k^+) t_k(e_k^+) |\vec{p}_k' S_\ell S_\mu S_{\ell z}' S_{\mu z}'$$

$$= |\vec{p}_k' S_\ell S_\mu S_{\ell z}' S_{\mu z}'\rangle + \sum_{\ell_k' k_k' j_{kz} d_k} \int p_k^2 dp_k \, g_0(e_k^+) |p_k d_k\rangle \underline{\langle p_k d_k \mid t_k(e_k^+)}$$

$$\underline{\mid p_k' \ell_k' k_k' j_k \rangle} \tilde{\mathcal{Y}}^*_{\substack{\ell_k' k_k' \\ j_k j_{kz}'}}(\hat{p}_k') \quad .$$

Alle Streuwellen des Systems sind damit durch die Menge

$$(1.33)\quad \left\{ \underbrace{\langle p_k \alpha_k | t_k(p'^2_k) | p'_k l'_k k'_k j_k \rangle}, \text{ wobei } p_k, p'_k \in [0,\infty) \right\}$$

berechenbar. Beschränken wir uns auf ein Subsystem, in dem es keinen Bindungszustand gibt, wie z.B. das System ^{4}He -Nukleon, so ist für eine große Klasse von hermiteschen Potentialen (20) die gesamte Menge der Streuwellen ein vollständiges System. In diesem Fall ist das Potential mit (1.33) vollständig berechenbar, da gilt

$$(1.34)\quad \langle \psi^+_{e_{k'}} | -h_{0k} + e_k | \psi^+_{e_k} \rangle = \langle \psi^+_{e'_k} | v_k | \psi^+_{e_k} \rangle ,$$

wobei h_{0k} = Operator der Kin. Energie im Subsystem k .

In der DTS gilt $e_k = E - q_k^2$, mit $q_k^2 \in [0,\infty)$. Da die Einschußenergie E im Falle einer praktischen Rechnung nicht beliebig groß werden kann, enthalten die Faddeev Gleichungen (1.29) eine Teilmenge von (1.33) und damit die Observablen Information über eine Submatrix der gesamten kontinuierlichen Potentialmatrix (1.34); dagegen reicht in der Zweiteilchenstreuung die in den Observablen enthaltene Information bei einer Energie nicht einmal aus, um ein Matrixelement $\langle \psi_{e_{k'}} | v_k | \psi^+_{e_k} \rangle$ zu berechnen.

1.4 Die Observablen und die Subsysteminformation

Wir wollen nun die errechneten Observablen explizit angeben. Wir unterscheiden zwei Fälle, die elastische Streuung $d + {}^4He \longrightarrow d + {}^4He$ und den Aufbruchsfall $d + {}^4He \longrightarrow n + p + {}^4He$. Für den elastischen Fall, den wir im Koordinatensystem 1 beschreiben, vgl. Kap. 1.1, wollen wir in dem Matrixelement $\langle \chi_{11} | U_{11}(E^+) | \chi_{11}' \rangle$, vgl. (1.16), die festgehaltenen Quantenzahlen verdeutlichen und schreiben sie in Klammern, also z.B.

$$(1.35) \quad \langle \chi_{11} | U_{11}(E^+) | \chi_{11}' \rangle =$$

$$= \langle \chi_{11}(\tilde{q}_1 j_1 k_1 k_{12} S_1 S_{12}) | U_{11}(E^+) | (\tilde{q}_1' j_1 k_1' k_{12}' S_1 S_{12}') \chi_{11}' \rangle$$

Für das Deuteron gilt $j_1 = 1$, $k_1 = 1$, für das ${}^4He$-Teilchen $S_1 = S_{12} = S_{12}' = 0$. Für (1.35) gilt damit, vgl. (1.29) und (1.16),

$$(1.36) \quad \langle \chi_{11}(\tilde{q}_1 \, 11 \, k_{12} \, 00) | U_{11}(E^+) | (\tilde{q}_1' \, 11 \, k_{12}' \, 00) \chi_{11}' \rangle =$$

$$= \sum_{m_1 m_1'} \sum_{l_1 l_1'} \sum_{l_1'' l_1'''} \sum_{L_1 L_1'} \sum_{K_1 K_1'} \sum_{J J_z} C_{m_1}^{l_1 11 l_1'''}(E^+ - q_1^2) \, C_{m_1'}^{l_1' 11 l_1''}(E^+ - q_1^2)$$

$$\tilde{Y}_{\substack{L_1 K_1 \\ J J_z}}(\hat{q}_1) \langle q_1 m_1 l_1 11 L_1 K_1 J | X_{11}(E^+) | q_1 m_1' l_1' 11 L_1' K_1' J \rangle \tilde{Y}^*_{\substack{L_1' K_1' \\ J J_z}}(\hat{q}_1')$$

Für die Normierung gilt, vgl. (1.16) und (1.24),

$$(1.37) \quad C_{m_1}^{l_1 k_1 j_1 l_1'''}(E^+ - q_1^2) = \eta_{m_1}^{l_1 k_1 j_1}(E^+ - q_1^2) \int p_1^2 \, dp_1$$

$$\langle f_{m_1}(E^+ - q_1^2) | p_1 l_1''' k_1 j_1 \rangle \langle p_1 l_1''' k_1 j_1 | \psi_{11} \rangle .$$

Die Summation in (1.36) ist durch die Angaben in (1.35) eingeschränkt. Wir können nun (1.35) als Übergangsmatrixelement

der Reaktion $d + {}^4He \longrightarrow d + {}^4He$,mit den Relativimpulsen $\vec{q}_1, \vec{q}_1'$ und den Spinkomponenten k_{12}, k_{12}' sowie S_{12}, S_{12}' betrachten.Für den totalen elastischen Wirkungsquerschnitt ohne Spinpolarisation σ^{el} erhalten wir dann, vgl. Kap.1.5.3 aus (16) sowie (21) ,

$$(1.38)\quad \sigma^{el} = \frac{(2\pi)^4 \hbar^2}{8M_1} \int d\Omega_1 \sum_{k_{12}, k_{12}'} \frac{1}{(2+1)}$$

$$\langle \chi_{11}(\vec{q}_1\ 11\ k_{12}\ 00) \mid U_{11}(E^+) \mid (\vec{q}_1'\ 11\ k_{12}'\ 00)\chi_{11}' \rangle$$

$$\langle \chi_{11}(\vec{q}_1\ 11\ k_{12}\ 00) \mid U_{11}(E^+) \mid (\vec{q}_1'\ 11\ k_{12}'\ 00)\chi_{11}' \rangle^*$$

,wobei $d\Omega_1 = \sin\theta_1\, d\theta_1\, d\varphi_1$ und θ_1, φ_1 die Winkel von $\vec{q}_1$ bezeichnen und $M_1 = \frac{m_1(m_2+m_3)}{m_1+m_2+m_3}$.

Der Zusammenhang zwischen der Darstellung in (21) und der von uns verwendeten ist im Anhang 1 erläutert. Um eine kompakte Schreibweise zu erhalten,ist es üblich die verallgemeinerte Streuamplitude zu definieren,

$$(1.39)\quad \langle k_{12} \mid M \mid k_{12}' \rangle = \frac{(2\pi)^2 \hbar}{\sqrt{8M_1}} \langle \chi_{11}(\vec{q}_1\ 11\ k_{12}\ 0) \mid$$

$$U_{11}(E^+) \mid (\vec{q}_1'\ 11\ k_{12}'\ 00)\chi_{11}' \rangle$$

Damit gilt

$$(1.40)\quad \sigma^{el} = \int d\Omega_1\ \text{Spur}\,(M \rho M^+)$$

,wobei $\rho = Id/(2+1)$,die Spur nur im Spinraum berechnet wird, und $\langle k_{12}' \mid M^+ \mid k_{12} \rangle = \langle k_{12} \mid M \mid k_{12}' \rangle^*$.

Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt erhalten wir,

$$(1.41) \qquad \frac{d\sigma^{el}}{d\Omega_1} = Spur\,(M \rho M^+) \,.$$

Für die sphärischen Analysierstärken erhalten wir bei paritätserhaltenden Wechselwirkungen nach der Madison-Konvention (22) folgende Terme:

Die Vektoranalysierstärke

$$(1.42) \qquad i\,T_{11} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{Spur\,(M\,\mathring{k}_{1y}\,M^+)}{Spur\,(M\,\rho\,M^+)}$$

und die Tensoranalysierstärken

$$(1.43) \qquad T_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{Spur\,(M\,[3\,\mathring{k}_{1z}^{\,2} - 2\,]\,M^+)}{Spur\,(M\,\rho\,M^+)}$$

$$T_{21} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{Spur\,(M\,[\,\mathring{k}_{1x}\,\mathring{k}_{1z} + \mathring{k}_{1z}\,\mathring{k}_{1x}\,]\,M^+)}{Spur\,(M\,\rho\,M^+)}$$

$$T_{22} = \frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{Spur\,(M\,[\,\mathring{k}_{1x}^{\,2} - \mathring{k}_{1y}^{\,2}\,]\,M^+)}{Spur\,(M\,\rho\,M^+)}$$

, wobei $\mathring{k}_{1x}$, $\mathring{k}_{1y}$, $\mathring{k}_{1z}$ die Komponenten des Deuteron-Spinoperators $\vec{k}_1$ bezeichnen. Die Matrixelemente $\langle k_{1z} | M | k'_{1z} \rangle$, (1.39) , und damit auch die Observablen (1.40), bis (1.43) enthalten alle, vgl. (1.36) , gleich viele Matrixelemente $\langle q_1 m_1 l_1 \, 11 L_1 K_1 J | X_{11}(E^+) | q_1 m'_1 l'_1 \, 11 L'_1 K'_1 J \rangle$, welche die Information über die Dreiteilchendynamik tragen. Diese Information über die Wechselwirkung der drei Teilchen und damit auch über die off shell Effekte der Subsystempotentiale wird in den Observablen (1.40) bis (1.43) mit Hilfe der Funktionen $\tilde{\gamma}_{j_i k_i}(\hat{q}_i)$, welche von der Wechselwirkung unabhängig sind, lediglich verschieden stark aufgelöst. So kann (1.41) im Gegensatz zu (1.40) etwas über

die Winkelabhängigkeit der off shell Unterschiede aussagen, (1.42) und (1.43) zusätzlich etwas über die Spinabhängigkeit.

Für den Fall der Aufbruchsreaktion schreiben wir die Matrixelemente von (1.18) als

$$(1.44)\quad \langle \chi_0 \mid \sum_{\ell=1}^{3} T_\ell(E^+)\, G_0(E^+)\, U_{\ell 1}(E^+) \mid \chi_{11} \rangle =$$

$$= \langle \chi_0 (\vec{q}_3 \vec{p}_3\ S_1 S_2 S_3\ s_{12} S_{22} S_{32}) \mid \sum_{\ell=1}^{3} T_\ell(E^+)\, G_0(E^+)\, U_{\ell 1}(E^+) \mid (\vec{q}_1' 1 1\ k_{12}' 0 0)\, \chi_{11} \rangle .$$

Wir wählen das Koordinatensystem 3 für die Beschreibung des Enzustandes $|\chi_0\rangle$, da wir im folgenden Wirkungsquerschnitte der Teilchen p und ^{4}He diskutieren werden, die von der Resonanz ^{5}He stark beeinflußt werden, und da $\vec{p}_3$ dann der Relativimpulsvektor zwischen den Bausteinen ^{4}He, n von ^{5}He ist:

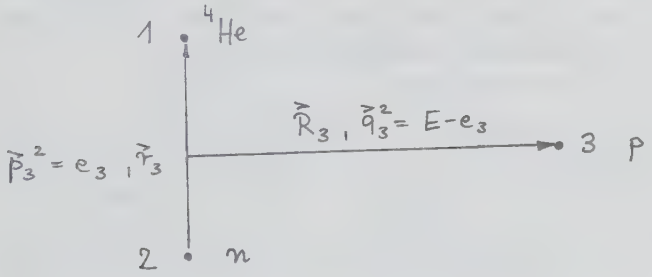


Bild 1.2

, vgl. Kap. 1.1. Da wir Coulombeffekte ignorieren, könnten wir ebenso das Koordinatensystem 2 verwenden. Wegen des Zusammenhangs der Impulse $\vec{p}_\ell$, $\vec{q}_\ell$, vgl. (1.3a), erhalten wir mit Hilfe von (1.17) und (1.18)

$$(1.45)\quad \langle \chi_0 (\vec{q}_3 \vec{p}_3\ 0\ \tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2}\ s_{12} s_{22} s_{32}) \mid \sum_{\ell=1}^{3} T_\ell(E^+)\, G_0(E^+)\, U_{\ell 1}(E^+)$$

$$\mid (\vec{q}_1' 1 1\ k_{12}' 0 0)\, \chi_{11} \rangle =$$

$$= \sum_{\ell=1}^{3} \langle \chi_0(\vec{q}_\ell \vec{p}_\ell S_\ell S_k S_m S_{\ell z} S_{kz} S_{mz}) | T_\ell(E^+) G_0(E^+) U_{\ell 1}(E^+) |$$

$$(\vec{q}_1' \, 1\,1 \, k_{12}' \, 0\,0) \chi_{11} \rangle = \sum_{\ell=1}^{3} \sum_{\ell_\ell \ell_1'} \sum_{\ell_\ell''' \ell_1''} \sum_{k_\ell j_\ell j_{\ell z}} \sum_{L_\ell L_1'} \sum_{k_\ell K_1'}$$

$$\sum_{JJ_z} \sum_{m_1' n_\ell} C^{\ell_1' 1 1 \ell_1''}_{m_1'} (E^+ - q_1'^2) \underset{j_\ell j_{\ell z}}{\tilde{y}_{\ell_\ell k_\ell}}(\hat{p}_\ell) \underset{JJ_z}{\tilde{y}_{L_\ell K_\ell}}(\hat{q}_\ell) \langle p_\ell \ell_\ell k_\ell j_\ell | f_{m_\ell}(E^+ - q_\ell^2) \rangle$$

$$\tau^{\ell_\ell k_\ell j_\ell}_{n_\ell}(E^+ - q_\ell^2) \langle q_\ell m_\ell \ell_\ell''' k_\ell j_\ell L_\ell K_\ell J | X_{\ell 1}(E^+) | q_1' n_1' \ell_1' 1\,1 \, L_1' K_1' J \rangle \underset{J J_z}{\tilde{y}^*_{L_1' K_1'}}(\hat{q}_1')$$

Die Summationseinschränkung in den Funktionen $\tilde{y}\ldots$ ist durch (1.44) festgelegt. Wegen Impuls- und Energieerhaltung sind im Aufbruchsfall von den neun Impulskomponenten der Endteilchen ^{4}He ,n,p nur noch fünf Komponenten voneinander unabhängig. Deshalb erhalten wir für den totalen Aufbruchsquerschnitt σ^{br} ohne spinpolarisierte Anfangs-und Endteilchen, vgl.Kap.1.5.3 aus (16) und (21),sowie Anhang 1,

$$(1.46)\quad \sigma^{br} = \sum_{k_{1z} S_{2z} S_{3z}} \frac{1}{(2+1)} \frac{(2\pi)^4 \hbar^2}{32\, q_1'\, M_1} \int (E - e_3)^{\frac{1}{2}} e_3^{\frac{1}{2}} \, de_3 \, d\Omega_{\vec{p}_3} \, d\Omega_{\vec{q}_3}$$

$$| \langle \chi_0(\vec{p}_3 \vec{q}_3 \, 0 \tfrac{1}{2} \tfrac{1}{2} S_{1z} S_{2z} S_{3z}) | \sum_{\ell=1}^{3} T_\ell(E^+) G_0(E^+) U_{\ell 1}(E^+) | (\vec{q}_1' 1\,1 \, k_{12}' \, 0\,0) \chi_{11} \rangle$$

,wobei $d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$;die Winkel θ, φ gehören je nach Index zu $\vec{p}_3$ oder $\vec{q}_3$.

In einem kinematisch vollständigen Experiment mißt man entsprechend nur den differentiellen Wirkungsquerschnitt zweier Teilchen in Abhängigkeit ihrer Winkel und einer Energie; im Schwerpunktsystem erhalten wir

$$(1.47)\quad \frac{d\sigma^{br}}{de_3\, d\Omega_{\vec{p}_3}\, d\Omega_{\vec{q}_3}} = \sum_{k'_{12}} \sum_{S_{22} S_{32}} \frac{1}{(2+1)} \frac{(2\pi)^4}{32\, M_1} \frac{q_3 p_3}{q'_1}$$

$$\left| \langle \chi_0(\vec{p}_3 \vec{q}_3\, 0\, \tfrac{1}{2}\, \tfrac{1}{2}\, S_{12}\, S_{22}\, S_{32}) \right| \sum_{\ell=1}^{3} T_\ell(E^+) G_0(E^+) U_{\ell 1}(E^+) \left| (\vec{q}'_1 11\, k'_{12} 00) \chi_{11} \right\rangle \Big|^2 .$$

Da die experimentellen Werte im Laborsystem angegeben sind, wollen wir kurz die Umrechnung skizzieren. Im Laborsystem beziehen sich unsere Ergebnisse auf folgende kinematische Situation

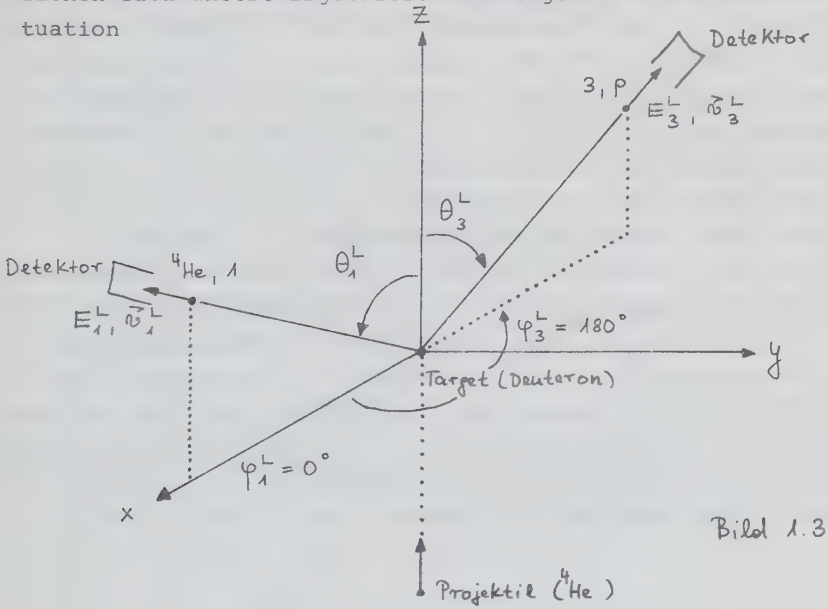


Bild 1.3

, $\vec{v}_i^L$ sind dabei die Geschwindigkeiten der Teilchen i, $E_i^L = \frac{1}{2} m_i v_i^{L\,2}$ die Energieen, i=1,2,3.

Wegen der Erhaltungssätze gilt $E_1^L = f(E_3^L)$. Die Bogenlänge $S = S(E_1^L, E_3^L)$ dieser Kurve in der $E_1^L - E_3^L$-Ebene errechnet sich aus $S = \int_{E_1^L \text{Anfang}}^{E_1^L} \sqrt{1 + (dE_3^L / d\hat{E}_1^L)^2}\, d\hat{E}_1^L$. Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma^{br}}{dS\, d\Omega_3^L\, d\Omega_1^L}$ im Laborsystem gilt

$$(1.48)\quad \frac{d\sigma^{br}}{dS\, d\Omega_3^L\, d\Omega_1^L} = \frac{d\sigma^{br}}{de_3\, d\Omega_{\tilde{p}_3}\, d\Omega_{\tilde{q}_3}} \cdot \frac{\partial(e_3, \Omega_{\tilde{p}_3}, \Omega_{\tilde{q}_3})}{\partial(S, \Omega_3^L, \Omega_1^L)}$$

Eine explizite Jakobideterminante $\frac{\partial(e_3, \Omega_{\tilde{p}_3}, \Omega_{\tilde{q}_3})}{\partial(S, \Omega_3^L, \Omega_1^L)}$ für einen vorgegebenen Anfangspunkt $E^L_{1,\text{Anfang}}$ und eine bestimmte Orientierung auf der geschlossenen Kurve S, findet man in (23).

Auch hier, wie im elastischen Fall, bedeutet der Übergang von σ^{br}, (1.46), zum gesamten differentiellen Wirkungsquerschnitt (1.47) bzw. (1.48) lediglich eine "verschieden starke Auflösung" der gleichen Information über die Dreiteilchendynamik und die off-shell Effekte. Doch ist im Aufbruchsfall noch eine besondere "Vergrößerung" der off-shell Unterschiede im differentiellen Wirkungsquerschnitt (1.47), (1.48) möglich. Um das zu verstehen vergleichen wir die Koeffizienten $\tau^{d_\ell}_{m_\ell}(E^+ - q_\ell^2)$ aus (1.45), die mit den Übergangsmatrixelementen $\langle q_\ell m_\ell \ell_\ell' k_\ell j_\ell L_\ell k_\ell' | X_{\ell\ell'}(E^+) | q_1' m_1' \ell_1' 1 1 L_1' k_1' 3$ multipliziert werden. Da bereits Potentiale mit Rang $N_\ell = 1$, $l = 1,2,3$ die typischen Größenverhältnisse zeigen, verwenden wir die Wechselwirkungen aus (8). Die folgenden Bilder zeigen für $l = 2,3$, $2k_\ell + 1 \; \ell_\ell \; j_\ell = {}^2P$ bei der Subsystemenergie der ^{5}He -Resonanz $E^+ - q_\ell^2 \approx 1\,\text{MeV}^{3/2}$ (dort geht die Phasenverschiebung durch $\pi/2$) starke Schwingungen der $\tau^{d_\ell}_{m_\ell}(E^+ - q_\ell^2)$. Durch die Produktbildung in (1.45) können deshalb bei den He^5-Resonanzenergieen die off-shell Effekte besonders hervorgehoben werden; wir werden diesem "Vergrößerungseffekt" in Kap. 3 häufig begegnen.

$Re\left(\tau_1^{l_2 k_2 j_2}(E^+ - q_\ell^2)\right)$

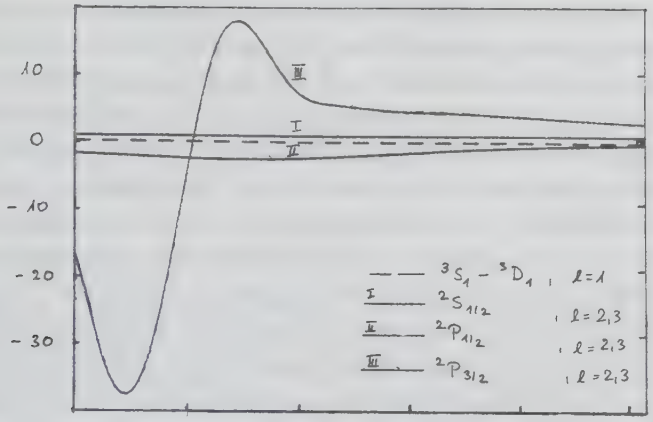


Bild 1.4

$Im\left(\tau_1^{l_2 k_2 j_2}(E^+ - q_\ell^2)\right)$

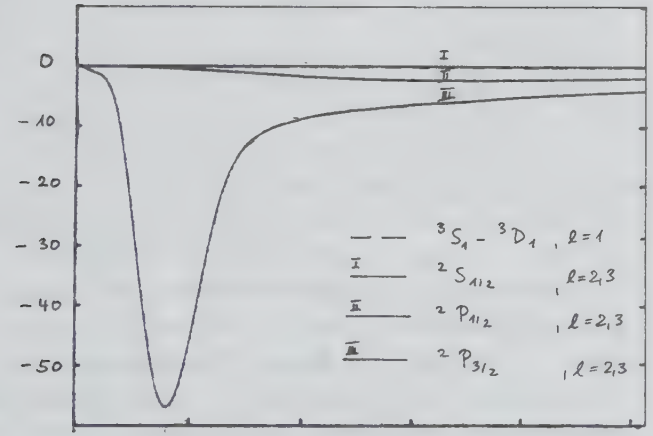


Bild 1.5

1.5 Die Genauigkeit der numerischen Faddeev Rechnungen

Wir werden für unsere numerischen Rechnungen einen Faddeev-Code verwenden, der von P. Doleschall entwickelt wurde. Dieser Code wurde für das Dreinukleonensystem konzipiert und rechnete mit separablen Yamaguchi Potentialen (17). Die Umstellung des Codes auf das System ^{4}He -Neutron-Proton und auf die separablen Potentiale von Kapitel 2.4 und Anhang 2 war Teil dieser Arbeit. Die schwierigsten Probleme in der Numerik der Faddeev Gleichungen sind die Unstetigkeiten, Singularitäten und Oszillationen im Integranden von (1.29), die für Einschußenergien E auftreten, für welche das mit 2.225 MeV gebundene Deuteron aufbricht. Der gesamte Integrationsbereich von (1.29) wird in drei Intervalle aufgeteilt, die mit verschiedenen numerischen Methoden behandelt werden (18). Im ersten Intervall $q_k \in [0, \sqrt{E}]$ ist für $q_f \in [0, \sqrt{E}]$ der Born-Term (1.28) singulär, der Rest des Integranden dagegen regulär. Dieser Rest, der die Oszillationen von Bild 1.4 und 1.5 enthält, wird durch eine endliche Entwicklung nach Legendre Polynomen approximiert, und da der Born-Term im wesentlichen eine Legendre Funktion zweiter Art ist, läßt diese Entwicklung eine sehr genaue numerische Behandlung des Integranden mit dem Gauss-Legendre Integrationsverfahren zu. Das zweite Intervall $q_k \in [\sqrt{E}, \sqrt{E+2e_{Deuteron}}]$ mit $e_{Deuteron} = 2.225$ MeV enthält an Singularitäten nur den Bindungspol von $\tau^{d_1}_{n_1}(E^+ - q_1^2)$, dieser wird teilweise analytisch mit der Subtraktionsmethode (18) berechnet; der verbleibende reguläre Integrand wird, ebenso wie der insgesamt reguläre Integrand des dritten Intervalls $q_k \in [\sqrt{E+2e_{Deuteron}}, \infty]$ mit dem Gauss-Legendre Verfahren berechnet. Im zweiten und dritten Intervall wurde die Zahl der Gitterpunkte N_i, i = Intervall so lange vergrößert, bis die errechneten Streuobservablen der elastischen und der Aufbruchsreaktion numerische Stabilität, also Unabhängigkeit von N_i zeigten. Diese Stabilität tritt bei $(N_2, N_3) = (6,7)$ auf. Im ersten Intervall erwies sich auch bei der Maximalzahl von Punkten N_1=16, die mit den Singularitäten vereinbar ist, noch keine vollständige Stabilität der Observablen. So zeigt sich z.B. im Vorwärtswinkelbereich von $d\sigma^{elas}/d\Omega_1$, (1.41), beim Übergang von N_1=14 zu N_1=16 ein Anstieg bis zu etwa 3%, gemessen am absoluten Maximum von $d\sigma^{elas}/d\Omega_1$

Um N_1 festlegen zu können und um die Qualität der Approximationsmethoden von Doleschall zu testen, wurden Vergleichsrechnungen mit der Standardmethode, der sogenannten Contourdeformationsmethode herangezogen. In der Contourdeformationsmethode verlegt man mit Hilfe des Cauchy Theorems den Integrationsweg von (1.29) in die komplexe Impulsebene, umgeht somit alle Singularitäten und Schnitte für reelle Impulse und erhält einen analytischen Integranden; in diesem Fall ist (1.29) mit relativ einfachen numerischen Methoden lösbar, und man gelangt schließlich zur gesuchten Lösung für reelle Impulse durch eine zweite Anwendung des Cauchy-Theorems (14, 15, 16).

Erste Vergleichsrechnungen wurden 1972 für das elastische Neutron-Deuteron System durchgeführt (24), für den Aufbruchsfall im Dreinukleonensystem findet man ein Beispiel in (25); in beiden Fällen stimmen die mit verschiedenen Methoden errechneten Observablen praktisch überein. Für die elastische Reaktion ^{4}He +Deuteron $\longrightarrow$ ^{4}He +Deuteron wurden uns von Dr. Fayard die numerischen Ergebnisse einer Contourdeformationsrechnung von Charnomordic, Fayard, Lamot (CFL) bei einer Einschußenergie von $E^{Lab}_{Deuteron}$ = 12 MeV zur Verfügung gestellt. Die analoge Rechnung, in beiden Fällen wurden die Potentiale Y7-CFL aus (8) verwendet, mit dem Code von Doleschall favorisiert im ersten Intervall die Gitterpunktzahl N_1=16 und zeigt in allen Observablen (1.41) bis (1.43) eine gute Übereinstimmung; vgl. als typische Beispiele Bild 1.6 und 1.7. Da im Code von CFL mit einer Stabilitätsbreite von etwa 5% gerechnet wurde (26), können wir davon ausgehen, daß die Methode von Doleschall mit den Gitterpunktzahlen (16,6,7) im elastischen Fall mit etwa derselben Präzision wie die Contourdeformationsmethode arbeitet.

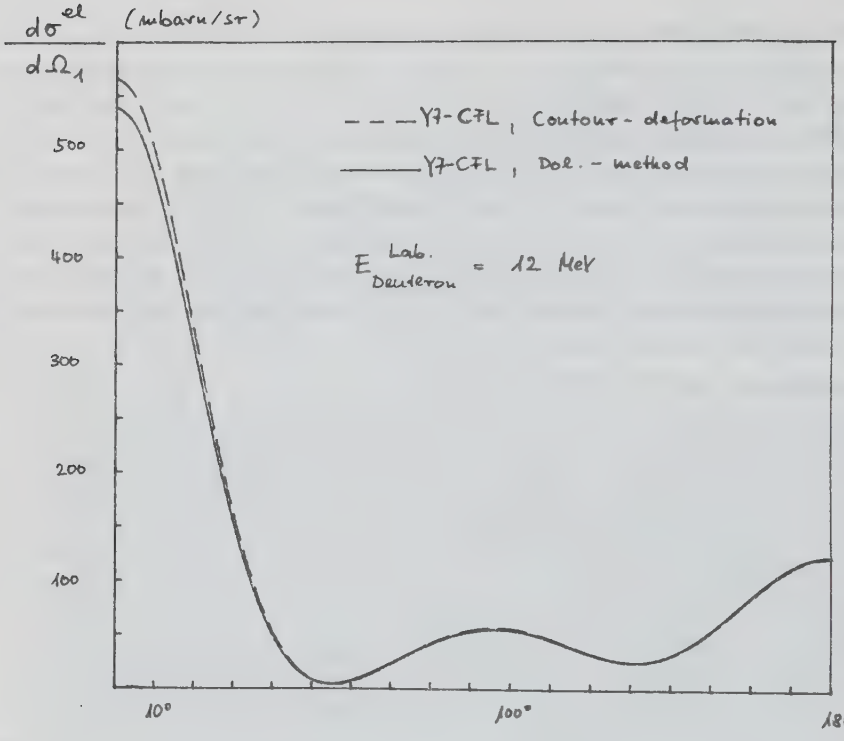


Bild 1.6

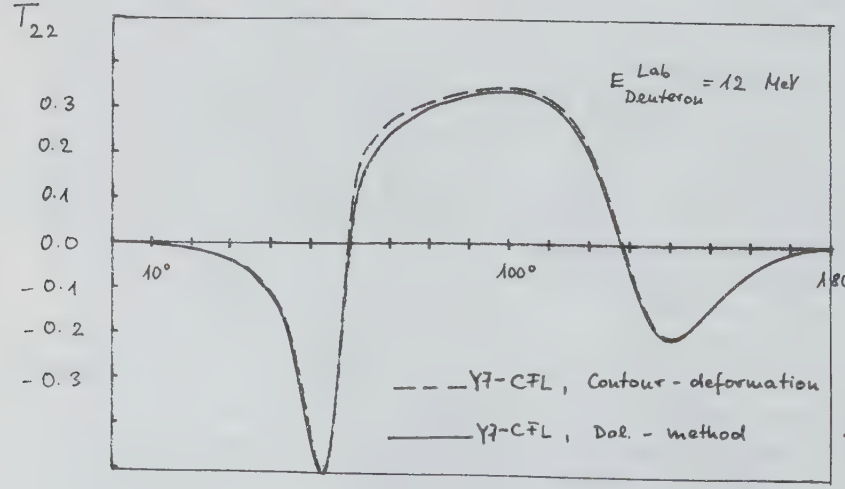


Bild 1.7

Eine analoge Untersuchung wurde auch für den Aufbruchsfall für (1.48) durchgeführt; die Contourdeformationsrechnungen von Koike für $E^{Lab}_{Deuteron} = 7.5$ MeV mit den Wechselwirkungen aus (10) für den Winkelbereich $\Theta_1^L \approx 17^o$, $\Theta_3^L \in [\,17^o, 50^o\,]$, $\varphi_1^L = 0^o$, $\varphi_3^L = 180^o$, vgl. Kap. 1.4, wurden mit der Doleschall-Methode mit $(N_1, N_2, N_3) = (16,6,7)$ wiederholt. In den Winkelbereichen $\Theta_3^L \approx 17^o$ und $\Theta_3^L \approx 50^o$ können wir eine gute Übereinstimmung feststellen, vgl. Bild 1.8 und 1.10, während in den mittleren Winkelbereichen des Intervalls für Θ_3^L, vgl. Bild 1.9, eine Abweichung bis zu 15%, gemessen am absoluten Maximum, auftritt . Eine gute Übereinstimmung zwischen beiden Methoden wurde auch bei einer Einschußenergie von $E^{Lab}_{Deuteron} = 6.5$ Mev gefunden (27)+. Natürlich ist es bei der Komplexität der numerischen Methoden sehr schwierig, die Ursachen für die Unterschiede festzustellen; hier sind weiterführende Untersuchungen nötig. Da wir im Rahmen dieser Arbeit nicht entscheiden können, welcher von den beiden Methoden der Vorzug zu geben ist, werden wir uns bei den späteren Rechnungen im Aufbruchsfall auf diejenigen Winkelbereiche beschränken, wo eine gute Übereinstimmung beider Methoden nachgewiesen wurde. Der Code von Doleschall wurde vor allem deshalb gewählt, weil er so flexibel konstruiert ist, daß die Anpassung an einen neuen Reaktionstyp und neue Potentialformen relativ einfach ist.

+Anmerkung: Ein vorläufiger Vergleich bei $E^{Lab}_{Deuteron} = 14.15$ MeV, für die Doleschall Methode wurde mit den Wechselwirkungen aus (8), für die Contourdeformation etwas abweichend mit den Potentialen aus (10) gerechnet, deutet darauf hin, daß bei höheren Einergieen die Abweichungen deutlich größer werden.

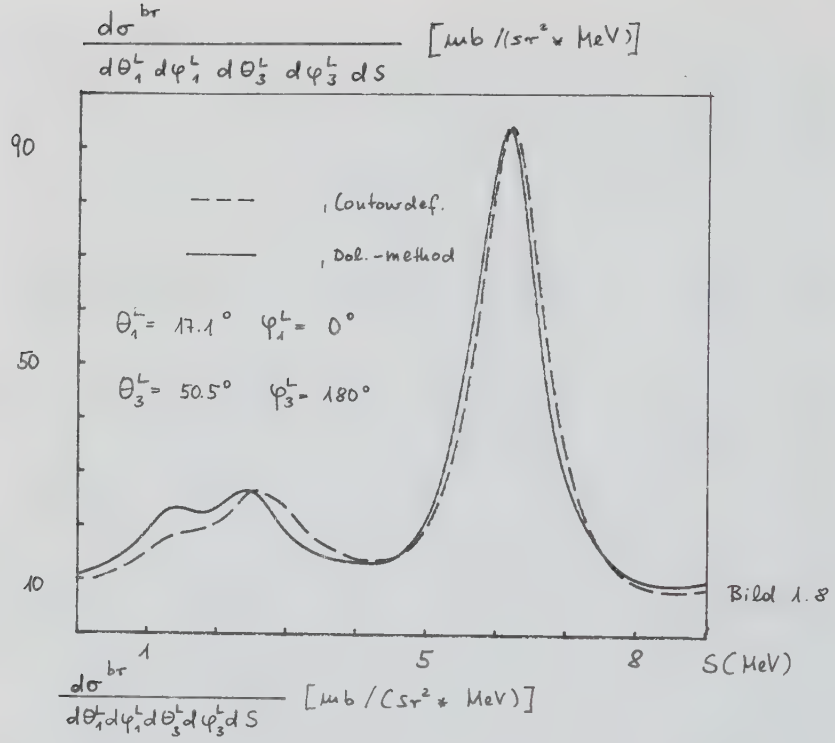


Bild 1.8

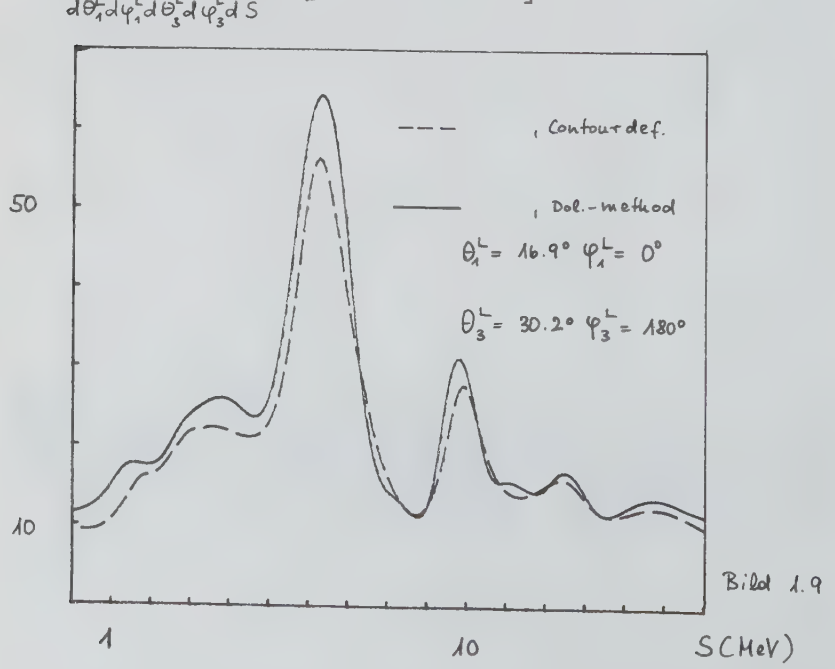


Bild 1.9

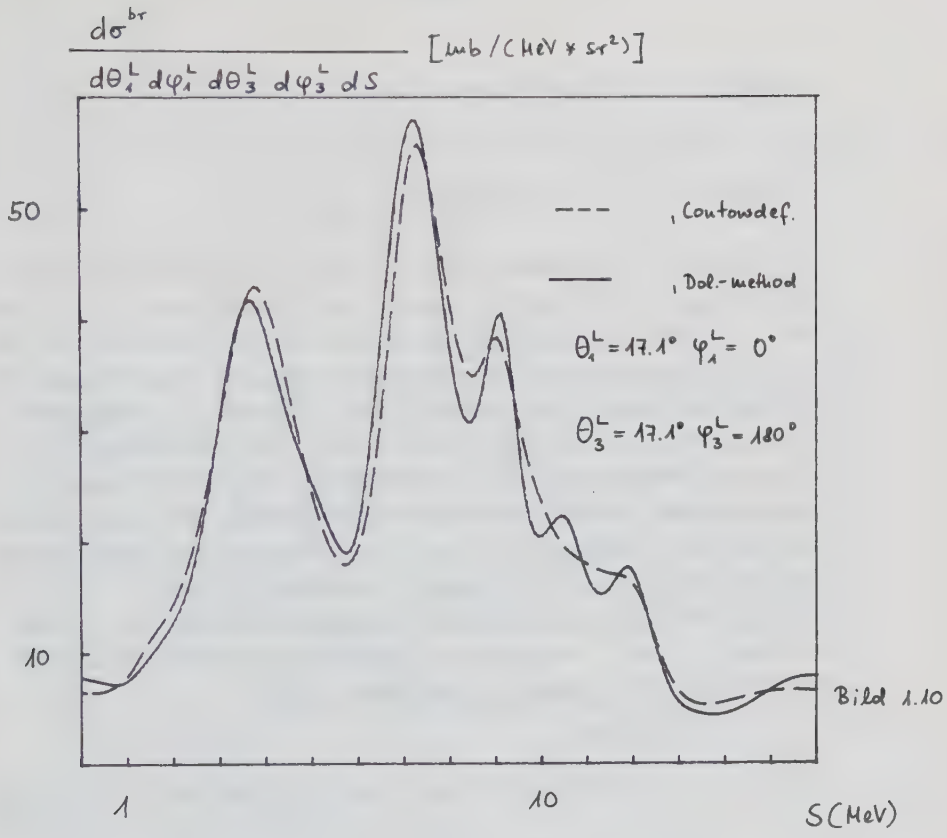

$\frac{d\sigma^{br}}{d\theta_1^L\, d\varphi_1^L\, d\theta_3^L\, d\varphi_3^L\, dS}$ [mb/(MeV * sr²)]
50
10
1
10
S(MeV)
, Coulomdef.
, Dol.-method
$\theta_1^L = 17.1°$ $\varphi_1^L = 0°$
$\theta_3^L = 17.1°$ $\varphi_3^L = 180°$

Bild 1.10

2. Kapitel. Der Hamiltonoperator

2.1 Das Dreicluster Resonating Group Modell

Wir wollen im folgenden ein einfaches mikroskopisches Modell für das System ^{4}He -n-p skizzieren und folgen dabei (28). Wegen der schwachen Bindung des Deuterons, die Bindungsenergie ist $E_D = 2.225$ MeV, und der großen Stabilität des ^{4}He Kernes, die Aufbruchsschranke der Reaktion (^{4}He + Neutron $\longrightarrow$ Deuteron + Triton) liegt bei $E_{\text{Neutron}}^{\text{Labor}} = 22.06$ MeV (29), verwenden wir einen Dreicluster-Variationsansatz im Rahmen des Resonating Group Modells für das Sechs-Nukleonensystem. Die drei Jakobisysteme im Ortsraum, vgl. Kap. 1.1, enthalten zusätzlich linear abhängige clusterinterne Koordinaten $\vec{r}_\alpha$, $\alpha = 1,2,3,4$, sowie Spins $\vec{s}_\alpha$ und Isospins $\vec{t}_\alpha$. Außerdem wird der Isospin der Kerne 2 und 3 eingeführt. Anschaulich erhalten wir für das System 1 folgendes schematische Bild,

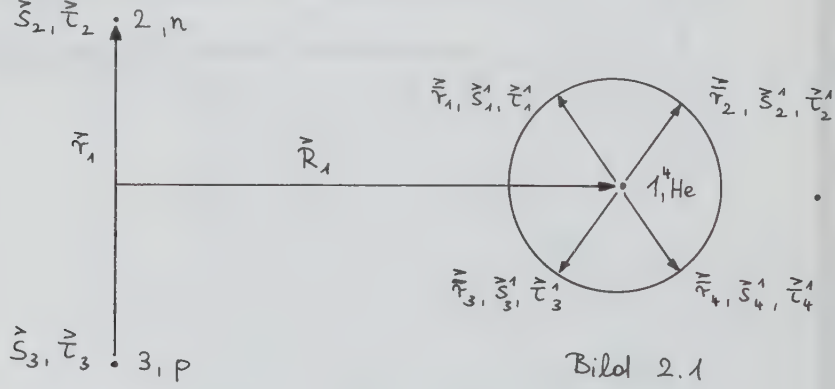


Bild 2.1

Als Variationsansatz verwenden wir die Wellenfunktion $|\psi\rangle$, in Ortsdarstellung gilt

$$(2.1)\quad \langle \vec{r}_1 \vec{r}_2 \vec{r}_3 \vec{r}_4 \; r_i \; \vec{R}_i \,|\, \psi \rangle = \langle \vec{r}_1 \vec{r}_2 \vec{r}_3 \vec{r}_4 \; \vec{R}_i \; r_i \,|\, \mathbb{A}\, \phi_1 \phi_2 \phi_3 \chi \rangle =$$

$$= \mathbb{A} \left\{ \left(\frac{4\pi^3}{a^3} \right)^{-\frac{3}{4}} e^{-\frac{a}{2} \sum_{j=1}^{4} r_j^2} \; \eta(s,\tau) \; \langle r_i \; \vec{R}_i \,|\, \chi \rangle \right\} .$$

Dabei ist die Wellenfunktion des Gesamtschwerpunktes bereits abseparíert, und es gilt:

$|\phi_i\rangle$ = Clusterfunktion des Kernes i; für i=2,3 enthält sie nur die Spin- und Isospinfunktion von n und p,

$|\chi\rangle$ = Wellenfunktion der Clusterzentren; setzt man $|\phi_1\phi_2\phi_3\chi\rangle = |\phi_1\phi_2\phi_3 r_i \vec{R}_i\rangle$, so sollen sich die Cluster außerhalb der Reichweite der gegenseitigen Kernkräfte befinden,

$\mathbb{A}$ = Antisymmetrisierungsoperator des Sechsnukleonensystems,

$\eta(s,\tau)$ = Produkt der Spin- und Isospinfunktionen des ^{4}He - Kernes und von n und p,

a = Weite des ^{4}He Clusters, a kann durch den root mean square Radius des ^{4}He Kernes festgelegt werden.

Der Hamiltonoperator des Systems lautet,

$$(2.2)\quad H = \overset{\text{intern}}{H_1} + h_{oi} + \overset{Sp}{h_{oi}} + V_1 + V_2 + V_3 \; ,$$

wobei

H_1^{intern} = Hamiltonoperator des ^{4}He Clusters, ohne Schwerpunktbewegung,

h_{oi} = Operator der kinetischen Energie des Subsystems i, i=1,2,3,

$\overset{Sp}{h_{oi}}$ = Operator der kinetischen Energie des Spektators i,

V_j = clusterexterne Wechselwirkung zwischen den Nukleonen der Cluster i und k; i,j,k sind jeweils verschieden.

(Um die Schreibweise kompakt zu halten, wurde darauf verzichtet, mit Hilfe von Identitätsoperatoren den Definitionsbereich der Operatoren in (2.2) genauer anzugeben, vgl. Kap. 1.1.)

Da die Clusterfunktion des ^{4}He Kernes (bzw. $\mathcal{Y}_1$)

$$(2.3)\quad \langle \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 \vec{\tau}_3 \vec{\tau}_4 \mid \phi_1 \rangle = \left(\frac{4\pi}{a^3}\right)^{-\frac{3}{4}} e^{-\frac{a}{2}\sum_{j=1}^{4} \vec{\tau}_j^{\,2}} \mathcal{Y}_1 (\vec{S}^1_1, \vec{S}^1_2, \vec{S}^1_3, \vec{S}^1_4, \vec{\tau}^1_1, \vec{\tau}^1_2, \vec{\tau}^1_3,$$

antisymmetrisch gewählt wird, kann $\mathcal{A}$ auf einen Antisymmetrisierungsoperator $\mathcal{A}^{ex}$, der nur zwischen den Clustern wirkt, reduziert werden. $\mathcal{A}^{ex}$ läßt sich dann schreiben als

$$(2.4)\qquad \mathcal{A}^{ex} = Id - (\mathcal{A}^{12} + \mathcal{A}^{13} + \mathcal{A}^{123}) ,$$

wobei $\mathcal{A}^{ij}$, $\mathcal{A}^{ijk}$ zwischen den Clustern ij, ijk wirkt. Wegen Idempotenz und Vertauschung von $\mathcal{A}^{ex}$ mit H erhalten wir

$$(2.5)\quad \langle \tilde{R}_i \phi \mid \mathcal{A}^{ex} (H - E) \mid \phi \chi \rangle = 0 \quad , \text{ bzw.}$$

$$\int d\tilde{R}_i' \langle \tilde{R}_i \phi \mid \mathcal{A}^{ex} (H-E) \mid \phi \tilde{R}_i' \rangle \langle \tilde{R}_i' \mid \chi \rangle = 0 ,$$

wobei E = Energie des Sechsnukleonensystems (im Schwerpunktsystem); abkürzend verwenden wir außerdem

$$\phi = \phi_1 \phi_2 \phi_3$$
$$\tilde{R}_i = \vec{\tau}_i \vec{R}_i \ .$$

Durch Summation und Integration über interne Clusterfreiheitsgrade reduziert man (2.5) auf eine Schrödingergleichung für

die drei Clusterzentren von ^{4}He ,n,p, welche Auswirkungen des Pauli-Prinzips in den resultierenden Wechselwirkungen enthält. Mit (2.4) erhalten wir für den Operator der Schrödingergleichung

$$(2.6)\quad \langle \tilde{\vec{R}}_i\, \phi \,|\, \mathbb{A}^{ex}(H-E)\,|\, \phi\, \tilde{\vec{R}}_i' \rangle =$$

$$= \underbrace{\left(t_{0i} + t_{0i}^{Sp} + v_1 + v_2 + v_3\right)\langle \tilde{\vec{R}}_i | \tilde{\vec{R}}_i' \rangle}_{1} - \underbrace{\left[E - \langle \phi_1 | H_1^{intern} | \phi_1 \rangle\right]\langle \tilde{\vec{R}}_i | \tilde{\vec{R}}_i' \rangle}_{2} -$$

$$- \underbrace{\langle \tilde{\vec{R}}_i\, \phi \,|\, \mathbb{A}^{12}\left(H_1^{intern} + t_{03} + V_3\right)|\, \phi\, \tilde{\vec{R}}_i' \rangle}_{3} + \underbrace{\left[E - t_{03}^{Sp}\right]\langle \tilde{\vec{R}}_i\, \phi \,|\, \mathbb{A}^{12}\,|\, \phi\, \tilde{\vec{R}}_i' \rangle}_{4} -$$

$$- \underbrace{\langle \tilde{\vec{R}}_i\, \phi \,|\, \mathbb{A}^{12}(V_1 + V_2)\,|\, \phi\, \tilde{\vec{R}}_i' \rangle}_{5} -$$

$$- \underbrace{\langle \tilde{\vec{R}}_i\, \phi \,|\, \mathbb{A}^{13}\left(H_1^{intern} + t_{02} + V_2\right)|\, \phi\, \tilde{\vec{R}}_i' \rangle}_{6} + \underbrace{\left[E - t_{02}^{Sp}\right]\langle \tilde{\vec{R}}_i\, \phi \,|\, \mathbb{A}^{13}\,|\, \phi\, \tilde{\vec{R}}_i' \rangle}_{7} -$$

$$- \underbrace{\langle \tilde{\vec{R}}_i\, \phi \,|\, \mathbb{A}^{13}(V_1 + V_3)\,|\, \phi\, \tilde{\vec{R}}_i' \rangle}_{8} -$$

$$- \underbrace{\langle \tilde{\vec{R}}_i\, \phi \,|\, \mathbb{A}^{123}(H-E)\,|\, \phi\, \tilde{\vec{R}}_i' \rangle}_{9} ,$$

wobei

$\underbrace{\quad}_{1}$ = lokaler Operator, mit Faltungspotentialen v_i zwischen den Clusterzentren i und k,

$\underbrace{\quad}_{2}$ = $E_{rel.}$ = Energie des Dreiclustersystems im Schwerpunktsystem,

$\underbrace{\quad}_{3}$ = nichtlokales Zweiclusteraustauschpotential zwischen ^{4}He und n,

$\underbrace{\quad}_{4}$ = energieabhängiges, nichtlokales Zweiclusteraustauschpotential zwischen ^{4}He und n,

$\overline{4a}$ = Normkernoperator des Subsystems ^{4}He und n,

$\overline{5}$ = nichtlokales Dreiclusteraustauschpotential, es entsteht durch den Nukleonenaustausch zwischen ^{4}He und n, in Gegenwart des in der Nähe befindlichen und damit wechselwirkenden p,

$\overline{6}$ $\overline{7}$ $\overline{8}$ = wie bei $\overline{3}$ $\overline{4}$ $\overline{5}$ für das Clusterpaar ^{4}He und p,

$\overline{7a}$ = Normkernoperator des Subsystems ^{4}He und p,

$\overline{9}$ = nichtlokales Dreiclusteraustauschpotential, verursacht durch den simultanen Nukleonenaustausch zwischen ^{4}He ,n,p.

Für das folgende von Bedeutung ist, daß $\overline{5}$ $\overline{8}$ $\overline{9}$ echte Dreikörperpotentiale sind, d.h. sie können nicht als eine Summe von Zweikörperpotentialen dargestellt werden.

Schließlich beschreibt der Operator, vgl. (2.6),

$$(2.7)\quad \langle \vec{r}_3 \phi_1 \phi_2 | (Id - \mathbb{A}^{12})(H_1^{intern} + h_{03} + V_3 - e_3) | \phi_1 \phi_2 \vec{r}_3' \rangle =$$

$$= (h_{03} + v_3) \langle \vec{r}_3 | \vec{r}_3' \rangle - \left[e_3 - \langle \phi_1 | H_1^{intern} | \phi_1 \rangle \right] \langle \vec{r}_3 | \vec{r}_3' \rangle -$$

$$- \langle \vec{r}_3 \phi_1 \phi_2 | \mathbb{A}^{12} (H_1^{intern} + h_{03} + V_3) | \phi_1 \phi_2 \vec{r}_3' \rangle +$$

$$+ e_3 \langle \vec{r}_3 \phi_1 \phi_2 | \mathbb{A}^{12} | \phi_1 \phi_2 \vec{r}_3' \rangle$$

das Resonating Group Modell des Subsystems ^{4}He -n, wobei e_3 die Energie des Fünf-Nukleonensystems im Schwerpunktsystem ist. Wir sehen, daß (2.7) vollständig in (2.6) enthalten ist, das analoge gilt für den Hamiltonoperator des Subsystems ^{4}He -p. Im Dreiclustersystem erzeugt das Pauli-Prinzip also

lediglich, verglichen mit den Zweiclustersubsystemen, zusätzliche Dreikörperpotentiale.

Lösungen $|W\rangle$ von (2.6), für welche gilt $\mathcal{A}|\phi_1\phi_2\phi_3 W\rangle = 0$, vgl. (2.1), bezeichnet man als total Pauli-verbotene Zustände. Verlangt man von $|\chi\rangle$ die Orthogonalität zu allen Zuständen $|W\rangle$ und interpretiert $|\chi\rangle$ als Wellenfunktion der Relativbewegung der drei Cluster, vgl. (12), welche aufgrund dieser Orthogonalitätsbedingung und der Austauschpotentiale in (2.6) die Information über das Pauli-Prinzip des Dreiclustermodells enthält, so könnte man (2.6) als geeigneten Hamiltonoperator für eine Faddeev Streurechnung betrachten. Eine direkte Verwendung von (2.6) scheitert jedoch an folgenden Problemen:

1. Die geschilderten Resonating Group Potentiale basieren auf einem einfachen Variationsansatz und sind nur für spezielle Formen der Nukleon-Nukleon Wechselwirkung (Gauss Potentiale) praktisch berechenbar; dementsprechend ist die Übereinstimmung von Zweicluster-Resona ting-Group Observablen mit dem Experiment in der Regel unbefriedigend (30). Einen Ausweg bietet das optische Zweicluster-Fischgrätenmodell (13).

2. Die Verwendung von Dreikörperpotentialen ist zwar im Prinzip möglich, wurde aber in keinem verfügbaren Faddeev Code bisher praktisch ausgeführt; deshalb müssen wir versuchen, die Stärke dieser Wechselwirkungen zu reduzieren (12).

   Auch die umstrittene Interpretation der Relativwellenfunktion $|\chi\rangle$ als Wahrscheinlichkeitsamplitude, vgl. (12, 31), wird durch diese Reduktion begünstigt (12); da die Faddeev Gleichungen die Bewegung dreier quantenmechanischer "Punktteilchen" beschreiben, sollte diese Interpretation zulässig sein.

3. Die Faddeev Theorie verlangt hermitesche Potentiale; die Beseitigung der Energieabhängigkeit wird gemeinsam mit der Reduktion der Dreikörperpotentiale durchgeführt.

4. Die Coulomb Wechselwirkung im Dreiteilchensystems über der Aufbruchsenergie eines gebundenen Paares, also für $E^{Lab}_{Deuteron}$ = 2.225* 3/2 MeV, ist bis heute ein mathematisch unge-

lösten Problem in der Faddeev Theorie (6); wir müssen, bis auf die ^{4}He -interne Coulomb Wechselwirkung, Coulombeffekte vernachlässigen.

5. Alle Potentiale müssen, in dem von uns verwendeten Rechen-Code, separabel dargestellt sein; für Zweikörperpotentiale endlicher Reichweite, mit und ohne Austauschanteile, wurde dieses Problem von E.W. Schmid und R. Kircher gelöst (33).

Im folgenden Kapitel wollen wir den Hamiltonoperator, der in unserer Faddeev Rechnung verwendet wird, definieren und seinen Zusammenhang mit (2.6) und (2.7) erläutern.

2.2 Berücksichtigung des Pauli Prinzips in der Faddeev Rechnung

Der in der Rechnung verwendete Hamiltonoperator hat folgende Struktur

$$(2.8)\quad H^{\text{Faddeev}} = h_{oi} + h_{oi}^{Sp} + \sum_{j=1}^{3} v_j^{opt} +$$

$$+ F_2\left(h_{o2},\, v_2^{opt},\, \mathbb{H}^{13},\, \phi_1,\, \phi_3\right) +$$

$$+ F_3\left(h_{o3},\, v_3^{opt},\, \mathbb{H}^{12},\, \phi_1,\, \phi_2\right),$$

wobei v_i^{opt} ein Cluster-Cluster Potential (entsprechend $\mathbb{H}_i$) ist, das offene Parameter besitzt; diese Parameter werden für i = 2,3 durch die Observablen der elastischen Streuung in den Zweiclustersubsystemen über den Hamiltonoperator h_i festgelegt. Dabei gilt

$$(2.9)\quad h_i = h_{oi} + v_i^{opt} + F_i\left(h_{oi},\, v_i^{opt},\, \mathbb{H}^{jk},\, \phi_j,\, \phi_k\right),$$

wobei i,j,k jeweils verschieden sind. F_i ist ein nichtlokales Austauschpotential, das von den in der Klammer angegebenen Größen abhängt. Das Potential v_j^{opt} beschreibt die Wechselwirkung zwischen Neutron und Proton und ist ein Tensorpotential, das die n-p Daten (Streuung und Deuteroneigenschaften) reproduziert. Die explizite Form von F_i ist in Partialwellenzerlegung besonders einfach, es gilt in der Basis $\{|r_i R; \ell_i k_i; j_i L; k_i J\rangle\}$, wobei wir voraussetzen, daß l_i, k_i, j_i Erhaltungsgrößen im Subsystem i sind, z.B. im Falle einer Spin-Bahn-Wechselwirkung

$$(2.10)\quad \langle r_i R_i \ell_i k_i j_i L_i k_i J \mid F_i \mid r_i' R_i' \ell_i k_i j_i L_i k_i J \rangle =$$

$$= -\frac{\delta(R_i - R_i')}{R_i^2} \sum_{\alpha,\beta=1}^{\infty} \langle r_i \ell_i k_i j_i \mid w_\alpha \rangle$$

$$\int r_i''^2 r_i'''^2 \, dr_i'' \, dr_i''' \langle w_\alpha \mid r_i'' \ell_i k_i j_i \rangle \langle r_i'' \ell_i k_i j_i \mid h_{0i} +$$

$$+ v_i^{opt} - \epsilon_\alpha \mid r_i''' \ell_i k_i j_i \rangle \langle r_i''' \ell_i k_i j_i \mid w_\beta \rangle \overline{M}_{\alpha\beta}^{\ell_i} \langle w_\beta \mid r_i \ell_i k_i j_i \rangle,$$

wobei $\{ \mid r_i \ell_i k_i j_i \rangle \}$ die Eigenfunktionen des Subsystemnormkernoperators $\underbrace{\quad}_{4a}$ oder $\underbrace{\quad}_{7a}$ in Partialwellenzerlegung sind; dabei gilt $\langle r_i \ell_i k_i j_i \mid w_\alpha \rangle = \gamma_\alpha^{\ell_i}(r_i, r_0)/r_i$, vgl. Anhang 2. Die zugehörigen Eigenwerte sind $n_\alpha^{\ell_i} = (16.)^{-\alpha+1}(-0.25)^{\ell_i}$, vgl. (34). Für Indizes α, mit $n_\alpha^{\ell_i} = 1$, wählt man für ϵ_α eine reelle Konstante, die weit über der Subsystemstreuenergie liegt, für Indizes mit $n_\alpha^{\ell_i} \neq 1$ wird die Energieabhängigkeit durch die Matrix $(\overline{M}_{\alpha\beta}^{\ell_i})$ beseitigt. Für ein System mit $n_1^{\ell_i} = 1$ und $n_\alpha^{\ell_i} \neq 1$ für $\alpha > 1$, eine ausführliche Analyse dieses Falles findet man in (35), hat die Matrix folgende Struktur:

$$(2.11)\quad (\overline{M}_{\alpha\beta}^{\ell_i}) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots \\ 1 & 0 & 1-\sqrt{\frac{1-n_2^{\ell_i}}{1-n_3^{\ell_i}}} & \cdots \\ 1 & 1-\sqrt{\frac{1-n_2^{\ell_i}}{1-n_3^{\ell_i}}} & 0 & \cdots \\ 1 & 1-\sqrt{\frac{1-n_2^{\ell_i}}{1-n_4^{\ell_i}}} & 1-\sqrt{\frac{1-n_3^{\ell_i}}{1-n_4^{\ell_i}}} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \end{bmatrix}$$

damit ist (2.10) energieunabhängig. In der Terminologie von (11) und (13) beschreibt (2.8) das off-shell-transformierte Dreicluster-Fischgrätenmodell ohne Dreikörperpotentiale. Wir wollen den Zusammenhang von (2.8) mit (2.6) und (2.7) im folgenden Schema erläutern; genauere formale Definitionen findet man in (12), (13).

Dreicluster-Resonating Group Modell(2.6);enthält das Pauli Prinzip im Rahmen des gewählten Variationsansatzes.

↓

Off-shell transformiertes Dreicluster-Fischgrätenmodell, vgl.(12);äquivalent zum off-shell transformierten Dreicluster-Resonating Group Modell;die Transformation ändert die Observablen des Dreiclustersystems nicht,beseitigt die Energieabhängigkeit der Potentiale und reduziert die Stärke der Dreikörperpotentiale;damit wird ein großer Teil von den Auswirkungen der Dreikörperaustauschpotentiale in die Zweikörperaustauschpotentiale transformiert.

↓

Off-shell transformiertes optisches Dreicluster-Fischgräten-modell;die Austauschpotentiale sind energieunabhängig;das Pauli Prinzip ist,verglichen mit dem off shell transformierten Dreicluster-Fischgrätenmodell,approximativ enthalten; für dieses Modell wurde die Reduktion der Dreikörperpoteniale gegenüber dem optischen Dreicluster-Fischgräten-modell in zwei Beispielen nachgewiesen (36).

↓

$H^{Faddeev}$=H, des off-shell transformierten optischen Fischgrätenmodells ohne die Dreikörperpotentiale;die Vernachlässigung der Dreikörperpotentiale führt in diesem Modell zu einem kleineren Fehler als bei Verwendung des nicht-transformierten optischen Modells.

Dreicluster-Fischgrätenmodell, vgl.(12);die Austauschpotentiale von (2.6) sind in eine Summe aus einem dominierendem Anteil und einer Restwechselwirkung aufgespalten; der dominierende Anteil enthält alle Austauschpotentiale die von V_i unabhängig sind exakt;falls sie von V_i abhängen, ist nur ein Teil enthalten;die Restwechselwirkung enthält die übrigen Anteile der Austauschpotentiale.Dieses Modell ist äquivalent zu (2.6).

Optisches Dreicluster-Fischgrätenmodell(12);die Restwechselwirkung wird vernachlässigt;durch Ersetzen von v_i durch v_i^{opt} wird dieser Mangel teilweise wieder ausgeglichen;die Zwei-und Dreikörperaustauschpotentiale sind wie bei (2.6) energieabhängig;das Pauli Prinzip ist,verglichen mit (2.6) ,approximativ enthalten.

Wie im Dreiclusterfall können wir auch für die Zweiclustersysteme obiges Schema von Resonating Group und Fischgrätenmodellen konstruieren (13).Man stellt dann fest,daß $H^{Faddeev}$ die Potentiale der im Subsystem ^4He -Nukleon off-shell transformierten optischen Zweicluster-Fischgrätenmodelle enthält. Wir werden im Kap.2.3 nachweisen,daß diese optischen Fischgrätenmodelle die Streuwellen der Resonating Group Modelle im System ^4He -Nukleon sehr genau reproduzieren und können deshalb $H^{Faddeev}$ in folgender Weise anschaulich charakterisieren:

1.Wenn im Dreiclustermodell nur zwei Cluster überlappen und damit Austauschkräfte verursachen,das dritte Cluster aber frei ist,so werden die Pauli Effekte des off-shell transformierten Zweicluster-Resonating Group Modells,vgl.(2.7), mit guter Genauigkeit berücksichtigt.

2.Wenn alle drei Cluster überlappen,oder wenn das dritte Cluster nur über die starke Wechselwirkung während des Austauschprozesses zwischen den beiden anderen Clustern Einfluß hat,so werden (im Rahmen des off-shell transformierten Dreicluster-Resonating Group Modells,vgl.(2.6)) nur die Pauli Effekte berücksichtigt,die Zweikörperpotentiale verursachen;alle Dreikörperaustauschkräfte werden vernachlässigt.

Das komplizierte Bild des Dreiclustermodells verlassend, können wir auch sagen: Im Gegensatz zu bisherigen ^4He -n-p Faddeev Streurechnungen (7,8,9,10,11) verwenden wir einen Hamiltonoperator dessen Subsystempotentiale in guter Näherung energieunabhängige (off-shell transformierte) Resonating Group Potentiale sind.

2.3 Das optische Fischgrätenmodell und das Resonating Group Modell in einem Zweiclustersystem

Wir wollen nun untersuchen, wie genau das Fehlen der Restwechselwirkung, vgl. (13) und das Schema in Kap. 2.2, durch das Potential v^{opt} korrigiert werden kann. Wir fragen uns also, wie genau das optische Fischgrätenmodell (FBOM) mit dem Resonating Group Modell (RGM) übereinstimmt. Dazu beschränken wir uns auf das System ^{4}He -Neutron, da in $H^{Faddeev}$ Coulombeffekte der Subsysteme vernachlässigt werden, und arbeiten mit numerischen Beispielen. Der Sprachgebrauch des RGM, bzw. FBOM, für das System ^{4}He -Neutron ist problematisch, da es, bei gleichen Ansätzen für die Clusterfunktionen Φ_i, mehrere Potentiale $V_{Nukleon-Nukleon}$, bzw. v^{opt}, gibt, welche im ^{4}He -Neutron System die gleiche Phasenverschiebung erzeugen; deshalb werden wir folgendes zeigen:

1. Der Nahbereich radialer Streuwellen von Resonating Group Modellen des Systems ^{4}He -Neutron ist, bei fester Wahl des ^{4}He -Clusters und bei übereinstimmenden Phasenverschiebungen, von der Wahl des Potentials $V_{Nukleon-Nukleon}$ weitgehend unabhängig; das gleiche gilt für das optische Fischgrätenmodell bei Verwendung verschiedener v^{opt}.

2. Das somit für das System ^{4}He -Neutron "wohldefinierte" RGM approximiert das entsprechende FBOM.

Als RGM verwenden wir vier Modelle (34), die "praktisch" phasenäquivalent sind und sich nur in den Nukleon-Nukleon Wechselwirkungen unterscheiden. Als $V_{Nukleon-Nukleon}$ verwenden wir folgende Form:

$$(2.12) \qquad \langle \vec{r}_i \mid V_{Nukleon-Nukleon} \mid \vec{r}_j \rangle =$$

$$= \left[-\frac{1}{2}\left(1 + P_{ij}^{\sigma}\right) V_{ot}\, e^{-\kappa_t r_{ij}^2} - \frac{1}{2}\left(1 - P_{ij}^{\sigma}\right) V_{os}\, e^{-\kappa_s r_{ij}^2} \right] *$$

$$* \left[\frac{1}{2} u + \frac{1}{2}(2-u) P_{ij}^{\tau} \right] - V_{\lambda} e^{-\lambda r_{ij}^2} \left(\vec{r}_i - \vec{r}_j\right) \times$$

$$\times \left(\vec{p}_i - \vec{p}_j\right) \cdot \left(\vec{\sigma}_i + \vec{\sigma}_j\right) \frac{1}{2\hbar} + \frac{e^2}{4 r_{ij}} \left(1 + \tau_{iz}\right)\left(1 + \tau_{jz}\right) ,$$

wobei gilt:

$\vec{r}_i$ = Koordinate des i-ten Nukleons,

r_{ij} = Abstand zwischen Nukleon i und j,

P_{ij}^{σ}, P_{ij}^{τ} = Spin-, Ortsaustauschoperator zwischen Nukleon i und j,

V_{ot}, κ_t, V_{os}, κ_s = Parameter der triplet ($^3S_1$) und singlet ($^1S_0$) Wechselwirkung; diese vier Parameter sind durch die Niederenergiestreudaten festgelegt,

u = Parameter, der die Beimischung des Serber Austauschpotentials festlegt, $u \approx 1$,

V_{λ}, λ = Parameter der phänomenologischen Spin-Bahn Kraft; sie sind nur durch die He^4-Neutron Phasenverschiebungen eingeschränkt,

$\vec{p}_i$, $\vec{\sigma}_i$, $\vec{\tau}_i$ = Impuls, Pauli-Matrix, Isospin des i-ten Nukleons,

e = Ladung des Protons.

Bei Verwendung verschiedener Parametersätze für u, V_{λ}, λ, vgl. Tabelle 2.1,

Parametersatz	μ	V_λ	λ
I	0.97	110	0.46
II	0.96	48.5	1.00
III	0.95	224.8	2.00
IV	0.94	591.1	3.00

Tabelle 2.1

unterscheiden sich die resultierenden Faltungspotentiale v für das System ^{4}He -Neutron in den Partialwellen $^{2k+1}l_j = {}^2S_{1/2}$, ${}^2P_{1/2}$, ${}^2P_{3/2}$ recht deutlich; vgl. dazu die folgenden Bilder 2.2, 2.3, 2.4. Wie genau die Phasenverschiebungen übereinstimmen, ist den Bildern 2.5 und 2.6 zu entnehmen. Höhere Partialwellen werden in der Untersuchung nicht behandelt, da die zugehörigen Phasenverschiebungen klein sind, vgl. (31), und deshalb in diesen Partialwellen nur wenig Potentialinformation zu erwarten ist.

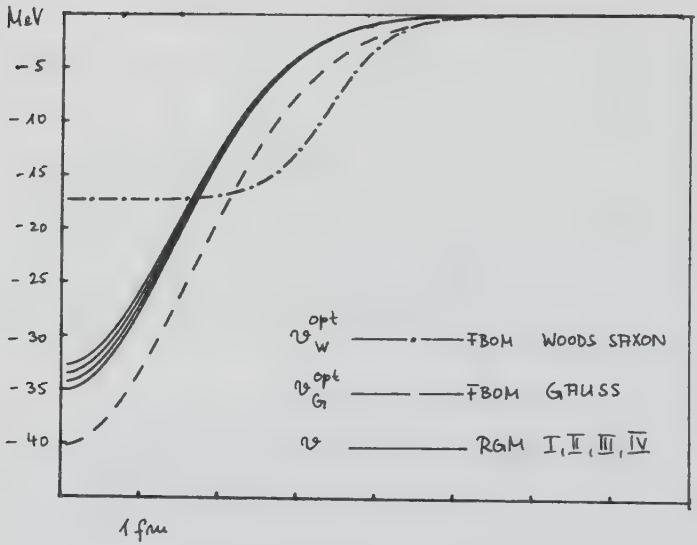


Bild 2.2

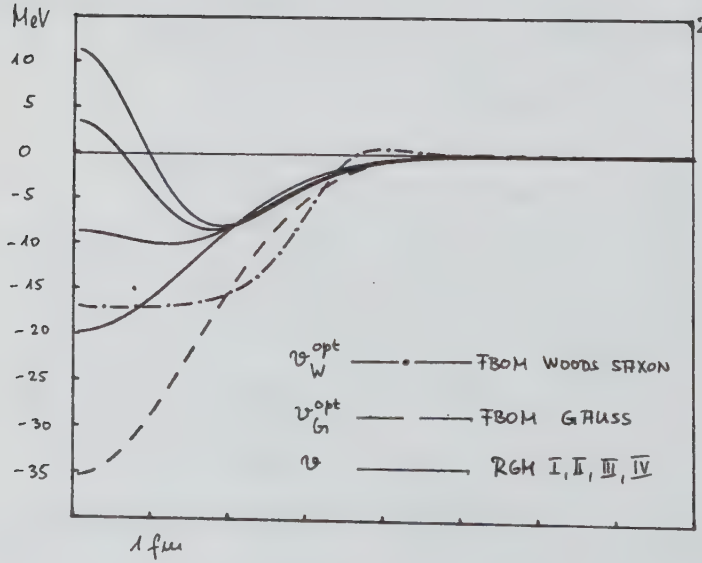


Bild 2.3

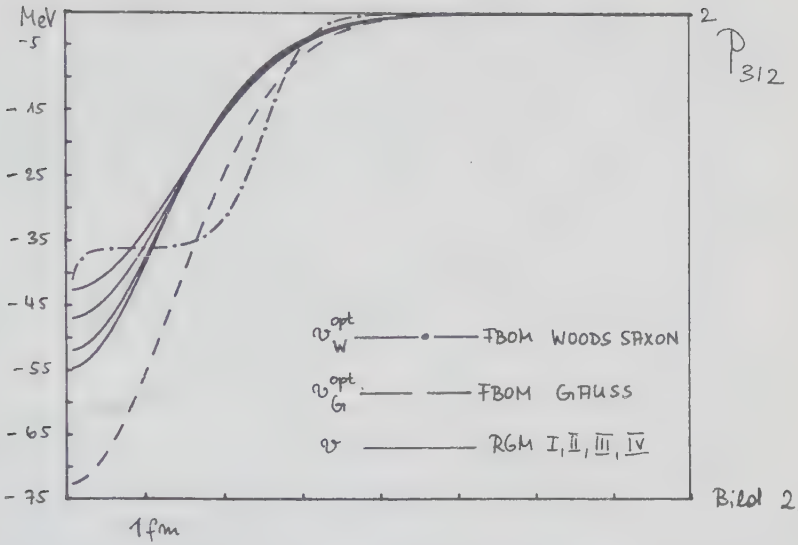

MeV
-5
-15
-25
-35
-45
-55
-65
-75
1fm
2
P 3/2
v_W^{opt} FBOM WOODS SAXON
v_G^{opt} FBOM GAUSS
v RGM I, II, III, IV

Bild 2.4

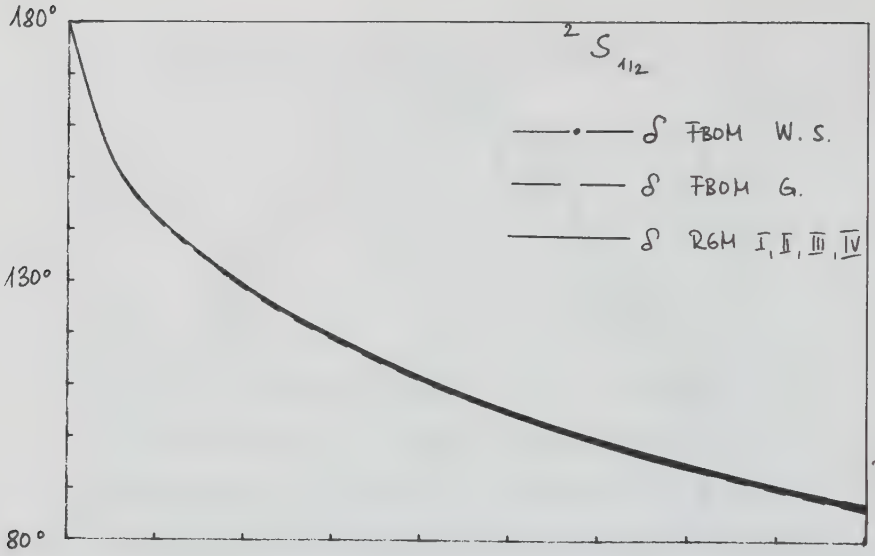

180°
130°
80°
$^2S_{1/2}$
δ FBOM W. S.
δ FBOM G.
δ RGM I, II, III, IV
18 MeV (CM)

Bild 2.

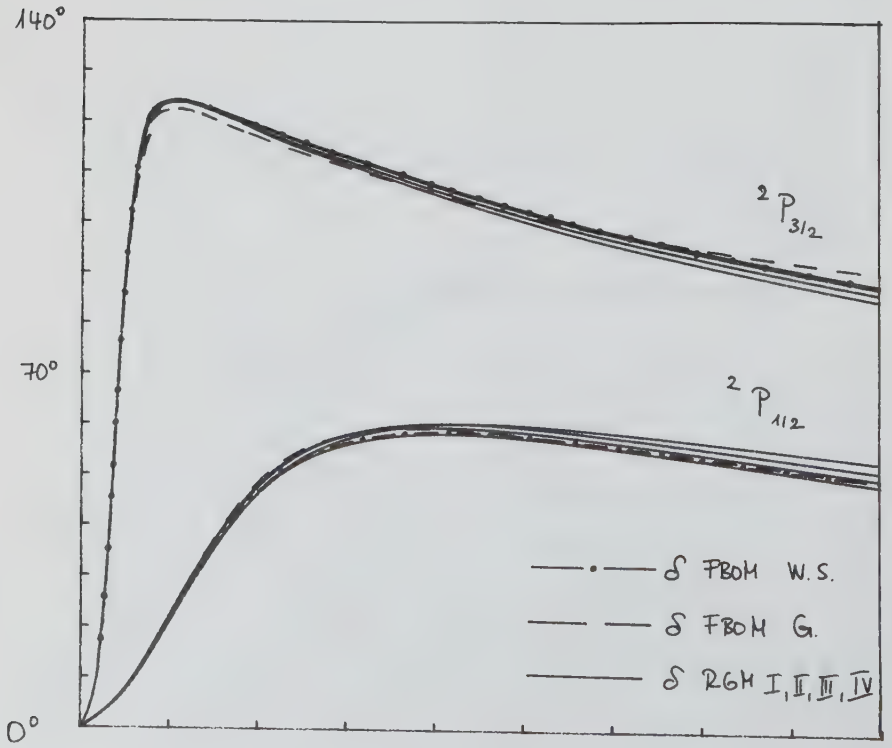

140°
70°
0°
$^2P_{3/2}$
$^2P_{1/2}$
δ FBOM W. S.
δ FBOM G.
δ RGM I, II, III, IV
18 MeV (CM)

Bild 2.

Betrachten wir die Situation im Falle des optischen Fischgräten-modells (13). Die nicht off-shell transformierte Version hat ebenfalls die Form (2.10), wobei sich das Potential nur in der Matrix, welche die Normkerneigenwerte enthält, unterscheidet. Wir nennen sie in diesem Fall $(M^{\ell}_{\alpha\beta})$, wobei gilt

$$(2.13)\quad \left(M^{\ell}_{\alpha\beta}\right) = \begin{bmatrix} n_1^{\ell} & n_1^{\ell} & n_1^{\ell} & n_1^{\ell} \cdots \\ n_1^{\ell} & n_2^{\ell} & n_2^{\ell} & n_2^{\ell} \cdots \\ n_1^{\ell} & n_2^{\ell} & n_3^{\ell} & n_3^{\ell} \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Der übrige reaktionsspezifische Input des FBOM besteht aus dem Weiteparameter τ_0^{-2} der Normkerneigenfunktionen $|w_\alpha\rangle$ und dem Potential v^{opt}; τ_0^{-2} ergibt sich aus der Weite des ^{4}He Clusters zu $\tau_0^{-2} = \frac{4}{5}\cdot a = \frac{4}{5}\cdot 0.514\ \mathrm{fm}^{-2}$, vgl. (31). Für das Potential wurden zwei Formen gewählt,

$$(2.13a)\quad v^{opt}_{G}(r) = -\sum_{i=1}^{R} V_i\, e^{-c_i r^2} - \left[j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)\right] V_{G,so}\, e^{-d r^2},$$

also ein Gauss-Potential, wie im Falle von v in (31); und

$$(2.13b)\quad v^{opt}_{W}(r) = \frac{-V_{W,1}}{1+\exp\left(\frac{r-k_1}{k_2}\right)} + \left[j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)\right] * \\ * \frac{V_{W,so}}{r}\,\frac{d}{dr}\,1\Big/\left(1+\exp\left(\frac{r-a_1}{a_2}\right)\right),$$

also ein Woods Saxon Potential. In beiden Fällen war es nicht möglich, das Spin-Bahn Aufspalten des RGM zu reproduzieren, so daß je zwei Parametermengen für $^2S_{1/2}$, $^2P_{1/2}$ und für $^2P_{3/2}$ verwendet werden mußten. In der $^2P_{3/2}$ Partialwelle war für das Gauss-Potential R=3 nötig, um eine befriedigende Übereinstimmung mit den RGM Daten (es wurden diejenigen von Parameter-

satz III verwendet) zu erreichen; die maximalen Abweichungen der Phasenverschiebungen betragen etwa zwei Grad. Folgende Tabelle gibt die Parameter von v_G^{opt}, v_W^{opt} und v für den Parametersatz III, vgl. (34), an.

	V_{RGM}	V_G $S_{1/2}P_{1/2}$	V_G $P_{3/2}$	V_W $S_{1/2}P_{1/2}$	V_W $P_{3/2}$
V_1 (MeV)	20.9702	34.6753	41.8000	17.3390	34.2800
V_2 (MeV)	12.5805	5.5624	13.9419	-	-
V_3 (MeV)	-	-	14.7227		
c_1 (fm^{-2})	0.2585	0.1822	0.2389	-	-
c_2 (fm^{-2})	0.2047	0.2521	0.3197	-	-
c_3 (fm^{-2})	-	-	0.3271	-	-
k_1 (fm)	-	-	-	3.4175	2.5149
k_2 (fm)	-	-	-	0.3919	0.2658
V_{so} (MeV)	18.4925	2.3988	2.3572	19.7796	7.4300
d (fm^{-2})	0.5104	0.0863	0.2269	-	-
a_1 (fm)	-	-	-	3.4306	1.8398
a_2 (fm)	-	-	-	0.4095	0.5697

Tabelle 2.2

Evidente Indizes wurden in obiger Tabelle weggelassen.

Die Qualität der Phasenäquivalenz ist den Bildern 2.5, 2.6 zu entnehmen, die drastischen Unterschiede der Potentiale v_G^{opt}, v_W^{opt} gegenüber v den Bildern 2.2, 2.3, 2.4. Dennoch ist das Verhalten der radialen Streuwellen im Nahbereich fast identisch. Folgende Tabelle gibt die maximalen Abweichungen der Streuwellenamplituden von der Amplitude der RGM Streuwelle mit Parametersatz III an, gemessen an der, in allen Fällen

gleichen, asymptotischen Amplitude. Der Energiebereich geht von 0 bis 18 MeV(CM), also bis zur Aufbruchsschwelle von ^{4}He .

Potential	$^2S_{1/2}$	$^2P_{1/2}$	$^2P_{3/2}$
v_G^{opt}	2 %	4 %	6 %
v_W^{opt}	6 %	5 %	7 %
$v_{\underline{I}}$	1 %	6 %	4 %
$v_{\underline{II}}$	1 %	3 %	2 %
$v_{\underline{IV}}$	1 %	2 %	1 %

Tabelle 2.3

Um eine Vorstellung von der Größenordnung der Unterschiede zu geben, zeigen wir einen Vergleich der radialen Streuwellen bei 10 MeV(CM), der für den untersuchten Energiebereich typisch ist, vgl. dazu die Bilder 2.7, 2.8, 2.9.

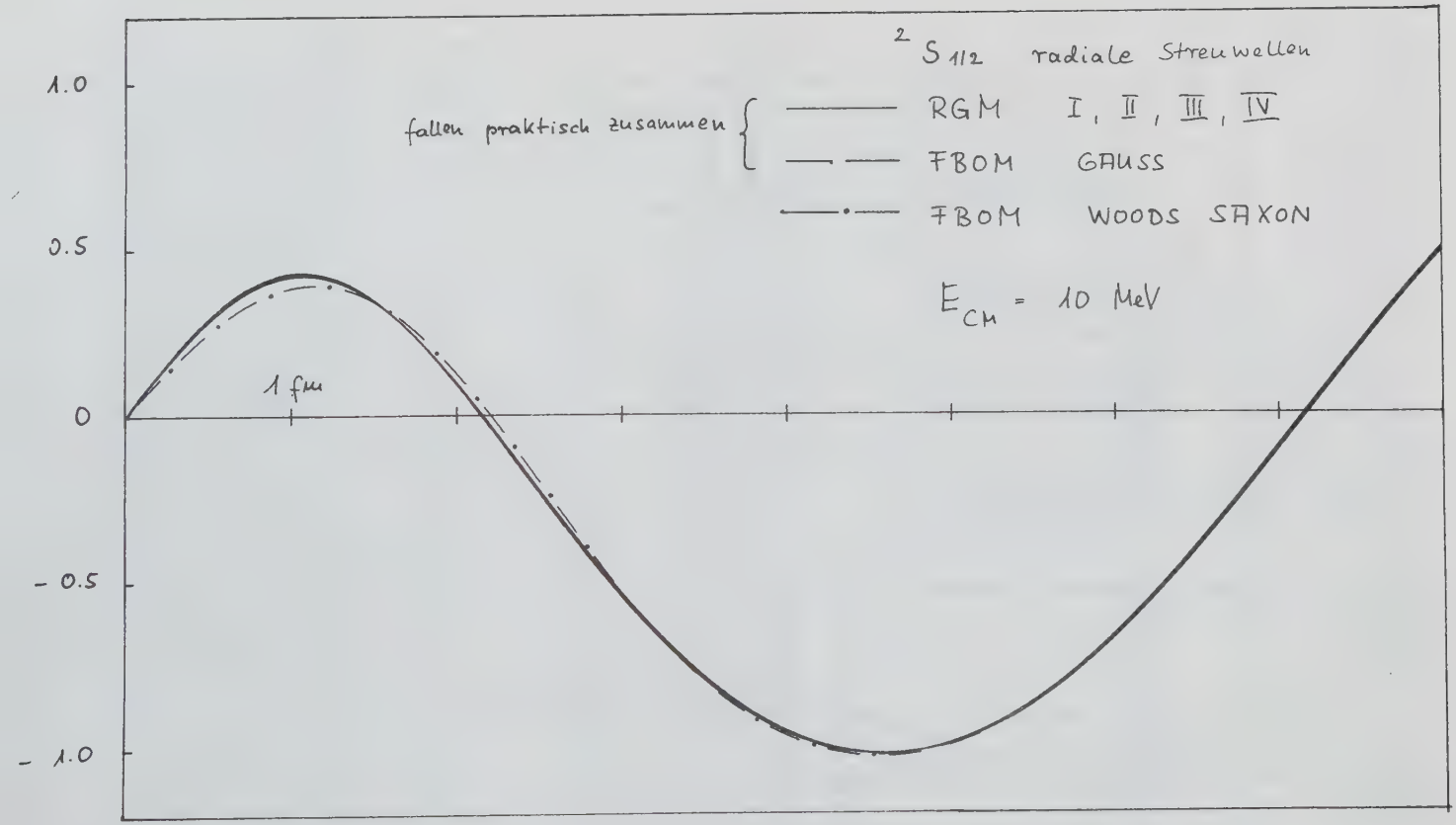

$^2S_{1/2}$ radiale Streuwellen
fallen praktisch zusammen
RGM I, II, III, IV
FBOM GAUSS
FBOM WOODS SAXON
E_{CM} = 10 MeV
1 fm
1.0
0.5
0
- 0.5
- 1.0

Bild 2.7

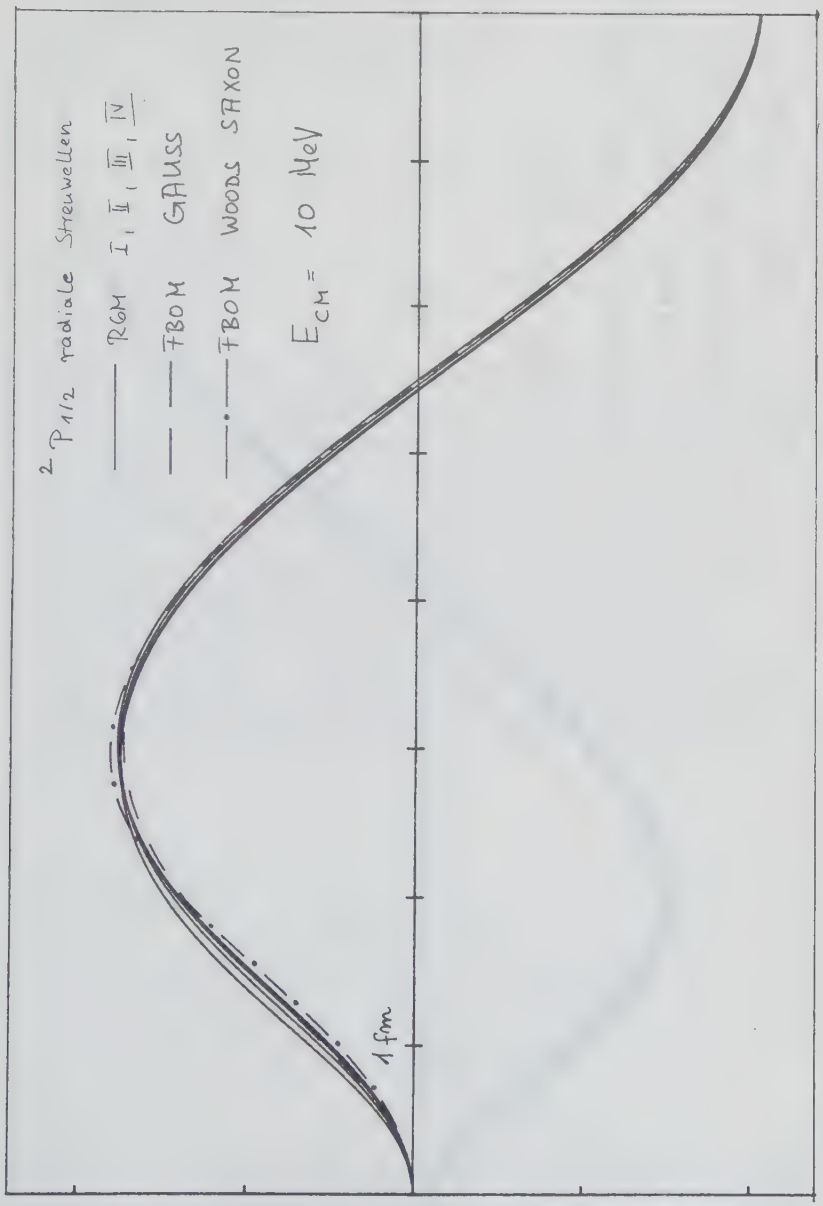
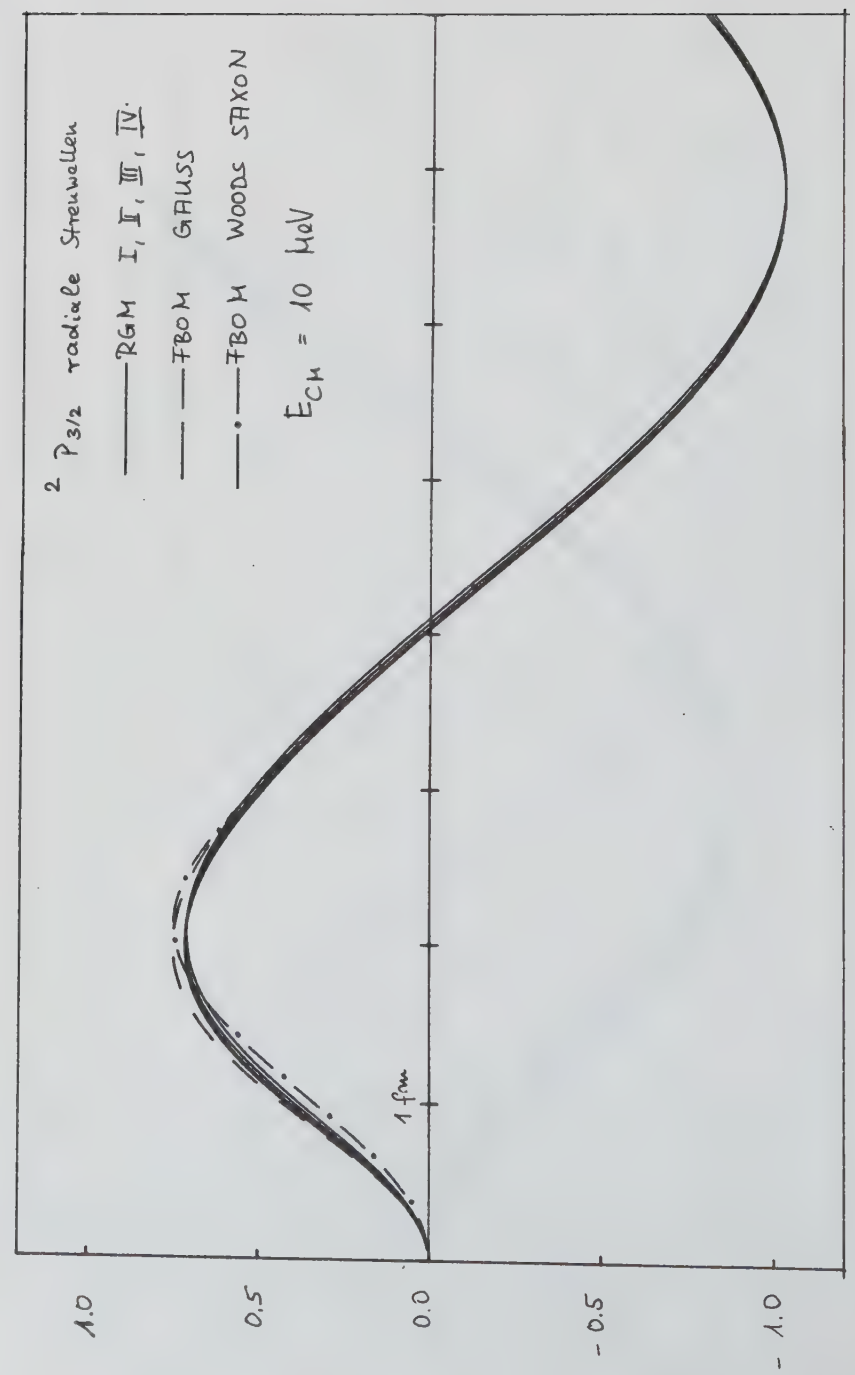

$^2P_{1/2}$ radiale Streuwellen
RGM I, II, III, IV
FBOM GAUSS
FBOM WOODS SAXON
E_{CM} = 10 MeV
1 fm
1.0
0.5
0.0
-0.5
-1.0

Bild 2.8


$^2P_{3/2}$ radiale Streuwellen
RGM I, II, III, IV.
FBOM GAUSS
FBOM WOODS SAXON
E_{CH} = 10 MeV
1 fm
1.0
0.5
0.0
- 0.5
- 1.0

Bild

Da wir in $H^{Faddeev}$ die off-shell transformierte Version des optischen Fischgrätenmodells (FBO$\bar{M}$) verwenden, vgl. Kap. 2.2, wollen wir uns nun diesem Fall zuwenden. Die Streuwellen des off-shell transformierten RG$\bar{M}$ und des FBO$\bar{M}$ $|\bar{\chi}\rangle$ errechnen sich aus den Streuwellen $|\chi\rangle$ des RGM und des FBOM durch (13)

$$(2.14)\quad \langle r\,\ell\,k\,j\,|\,\bar{\chi}\rangle = \langle r\,\ell\,k\,j\,|\,\chi\rangle - \sum_{\mu=n}^{\infty} \langle r\,\ell\,k\,j\,|\,w_\mu\rangle$$

$$\left(1-\sqrt{1-n_\mu^\ell}\right)\int r'^2 dr'\,\langle w_\mu\,|\,r'\,\ell\,k\,j\rangle\langle r'\,\ell\,k\,j\,|\,\chi\rangle\,,$$

wobei $\mu = 1,\ldots,n-1$ Indizes mit $n_\mu^\ell = 1$ sind. Diese Transformation ändert nur den Nahbereich der radialen Streuwellen. Die typischen Veränderungen, die dabei auftreten, zeigt das folgende Bild 2.10 bei E = 10 MeV(CM); wir sehen, daß die Transformation lediglich eine "Dämpfung" ($^2S_{1/2}$) bzw. "Strekkung" ($^2P_{1/2}$, $^2P_{3/2}$) bewirkt. Deshalb erhält man für die maximalen Abweichungen der Streuwellen der FBO$\bar{M}$ und RG$\bar{M}$ von denen des RG$\bar{M}$ mit Parametersatz III dieselben Werte wie in Tabelle 2.3. Es fällt auf, daß die Übereinstimmung zwischen RGM (bzw. RG$\bar{M}$) und FBOM (bzw. FBO$\bar{M}$) optimal ist, wenn v und v^{opt} in ihrer mathematischen Form (hier Gauss-Potentialform) übereinstimmen.

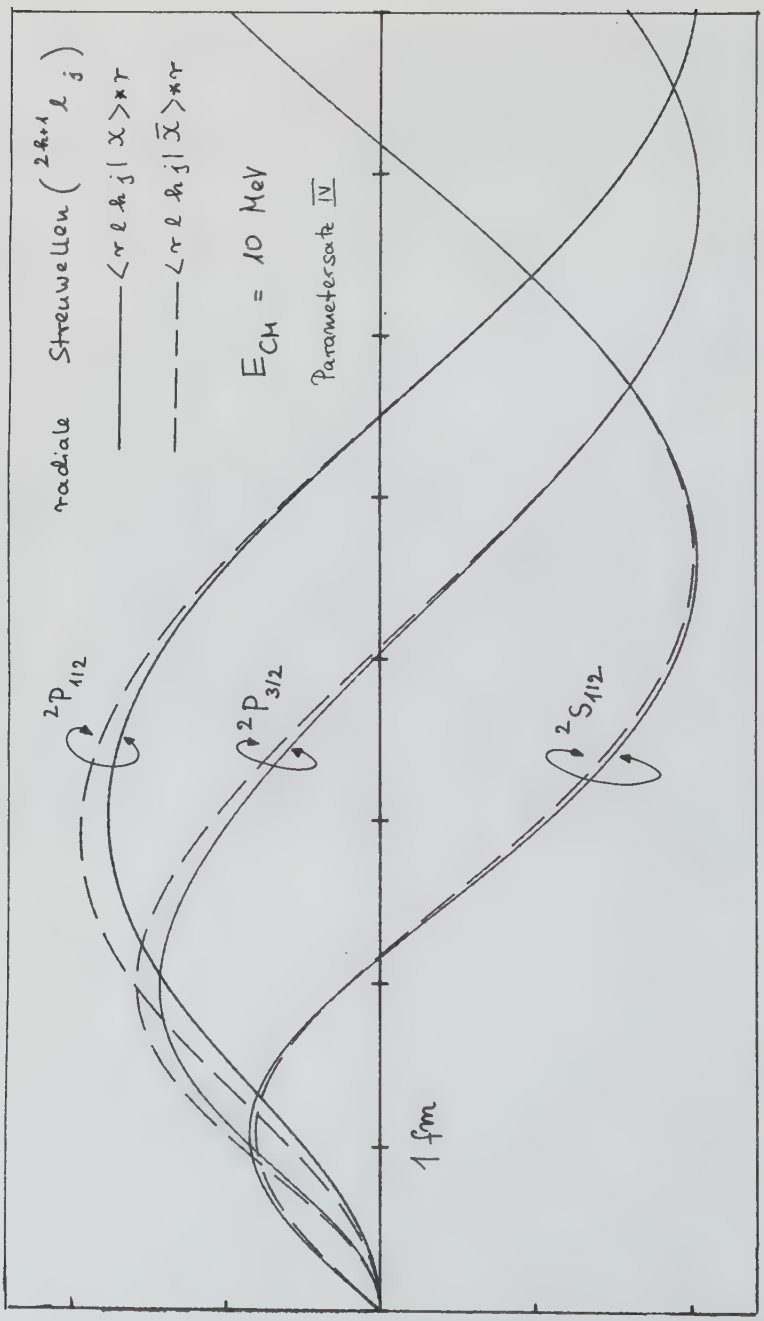

radiale Streuwellen ($^{2s+1}\ell_j$)
$\langle r\,\ell\,s\,j\,|\,\chi\rangle * r$
$\langle r\,\ell\,s\,j\,|\,\bar{\chi}\rangle * r$
E_{CH} = 10 MeV
Parametersatz IV
$^2P_{1/2}$
$^2P_{3/2}$
$^2S_{1/2}$
1 fm
1.0
0.5
0
-0.5
-1.0

Bild 2.10

2.4 Phänomenologische und Pauli korrekte Beschreibungen des Systems ^{4}He -Neutron und ihre separable Darstellung

Wir werden im folgenden drei Potentiale des Systems ^{4}He - Neutron definieren, deren radiale Streuwellen asymptotisch die experimentell vorgegebenen Phasenverschiebungen reproduzieren; im Nahbereich sind die radialen Streuwellen in zwei Fällen phänomenologisch, also ohne tiefere theoretische Begründung, in einem Fall aber durch das Pauli-Prinzip des Zweiclustermodells festgelegt. Erinnern wir uns an die Untersuchung in Kapitel 1.3 und betrachten Formel (1.32), so sehen wir, daß die Nahbereichsunterschiede der Streuwellen Unterschiede in den half-off-shell Übergangsmatrixelementen bewirken und somit nach Kapitel 1 in den Dreiteilchenstreuobservablen zu off-shell Effekten führen sollten. Die off-shell Effekte der in diesem Kapitel definierten Wechselwirkungen werden wir in Kapitel 3 ausführlich diskutieren.

Die bis heute sorgfältigste Faddeev Streurechung der elastischen Reaktion ^{4}He + Deuteron $\longrightarrow$ ^{4}He + Deuteron wurde von Charnomordic, Fayard und Lamot (CFL) durchgeführt (8). Die dort verwendeten separablen Potentiale in den Partialwellen $^2S_{1/2}$, $^2P_{1/2}$, $^2P_{3/2}$ haben alle den Rang N_k=1, k=2,3 und reproduzieren im gesamten Energiebereich von 0 bis 18 MeV (Schwerpunktsystem = CM) die experimentellen Phasenverschiebungen (37) sehr genau; ein zweites phänomenologisches separables Potential mit N_k=1, k=2,3 für die Partialwelle $^2S_{1/2}$ stammt von Doleschall (Dol) und ist mit dem von CFL praktisch (bis auf 3^o) phasenäquivalent in dem genannten Energiebereich. Das optische Fischgrätenmodell (FBOM) wurde möglichst genau an die Phasenverschiebungen der CFL Potentiale angepaßt; alle Phasenverschiebungen und die zugehörigen experimentellen Werte sind den Bildern 2.11, 2.12 zu entnehmen.

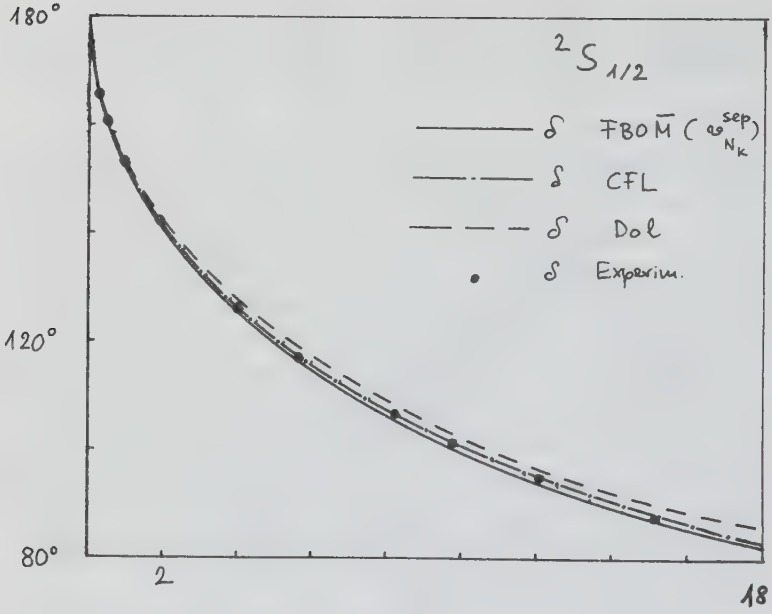


Bild 2.11

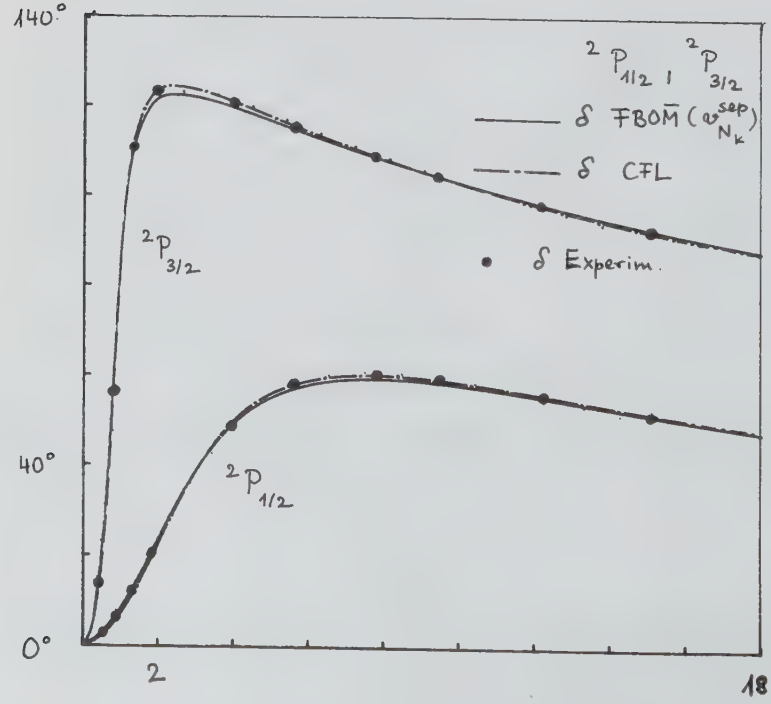


Bild 2.12

Für v^{opt} wurde die gegenüber der Gauss-Form flexiblere Woods Saxon Form (2.13b) gewählt, mit den Parametern der folgenden Tabelle.

v_W^{opt}	$^2S_{1/2}$	$^2P_{1/2}$	$^2P_{3/2}$
$V_{W,1}$	34.6474	36.8507	35.0000
k_1	2.3555	2.3236	2.5206
k_2	0.3726	0.3238	0.2312
$V_{W,SO}$	—	32.9296	5.3272
a_1	—	1.1190	1.6717
a_2	—	0.3137	1.1189

Tabelle 2.4

Um eine optimale Genauigkeit in der Übereinstimmung der Phasenverschiebungen zu erreichen, wurde jede Partialwelle einzeln gefittet. Als ^{4}He -Cluster wurde der Ansatz (2.3) gewählt, mit einer Weite a=0.55 fm^{-2}, das entspricht einem root mean square Radius r_{RMS}, der Nukleonenverteilung im ^{4}He Kern, von r_{RMS}=1.4302 fm. Untersucht man die radialen Streuwellen im Nahbereich, so ist der in den folgenden Bildern 2.13, 2.14, 2.15 gezeigte Verlauf für den gesamten Energiebereich von 0 bis 18 MeV(CM) typisch. In der $^2S_{1/2}$ Partialwelle sind die Verhältnisse besonders einfach, es gilt im Nahbereich

(2.15) $\langle r\,0\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,|\chi_{Dol}\rangle < \langle r\,0\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,|\chi_{CFL}\rangle < \langle r\,0\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,|\chi_{FROM}\rangle$,

die Unterschiede $|\langle r\,0\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,|\chi_{Dol}\rangle - \langle r\,0\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,|\chi_{CFL}\rangle|$

gemessen an der asymptotischen Amplitude, betragen bis zu 40%; die Unterschiede $|\langle r0\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}|\chi_{CFL}\rangle - \langle r0\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}|\chi_{FBO\bar{M}}\rangle|$ bis zu 27%. Die analogen maximalen Unterschiede zwischen den Modellen CFL und FBO$\bar{M}$ in den Partialwellen $^2P_{1/2}$ und $^2P_{3/2}$ betragen 16% und 30%. Wir sehen also, daß die Beachtung der Clusterstruktur des ^{4}He Kernes und des Pauli Prinzips für den Nahbereich der Wellenfunktionen eine ganz wichtige Rolle spielt.

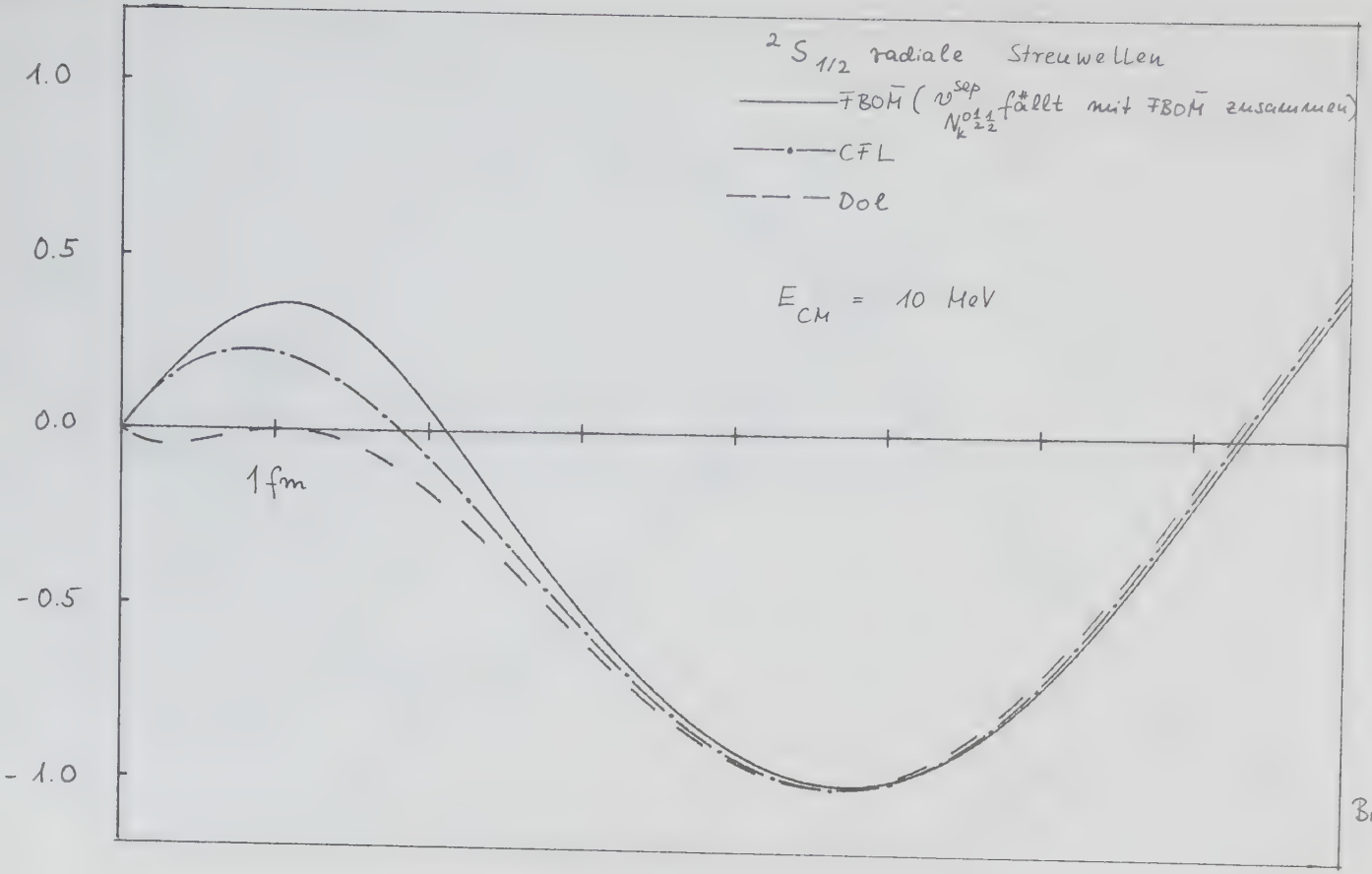

$^2S_{1/2}$ radiale Streuwellen
FBOM (v^{sep} $N_k^{01}{}_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}$ fällt mit FBOM zusammen)
CFL
Dol
E_{CM} = 10 MeV
1.0
0.5
0.0
-0.5
-1.0
1 fm

Bild 2.13

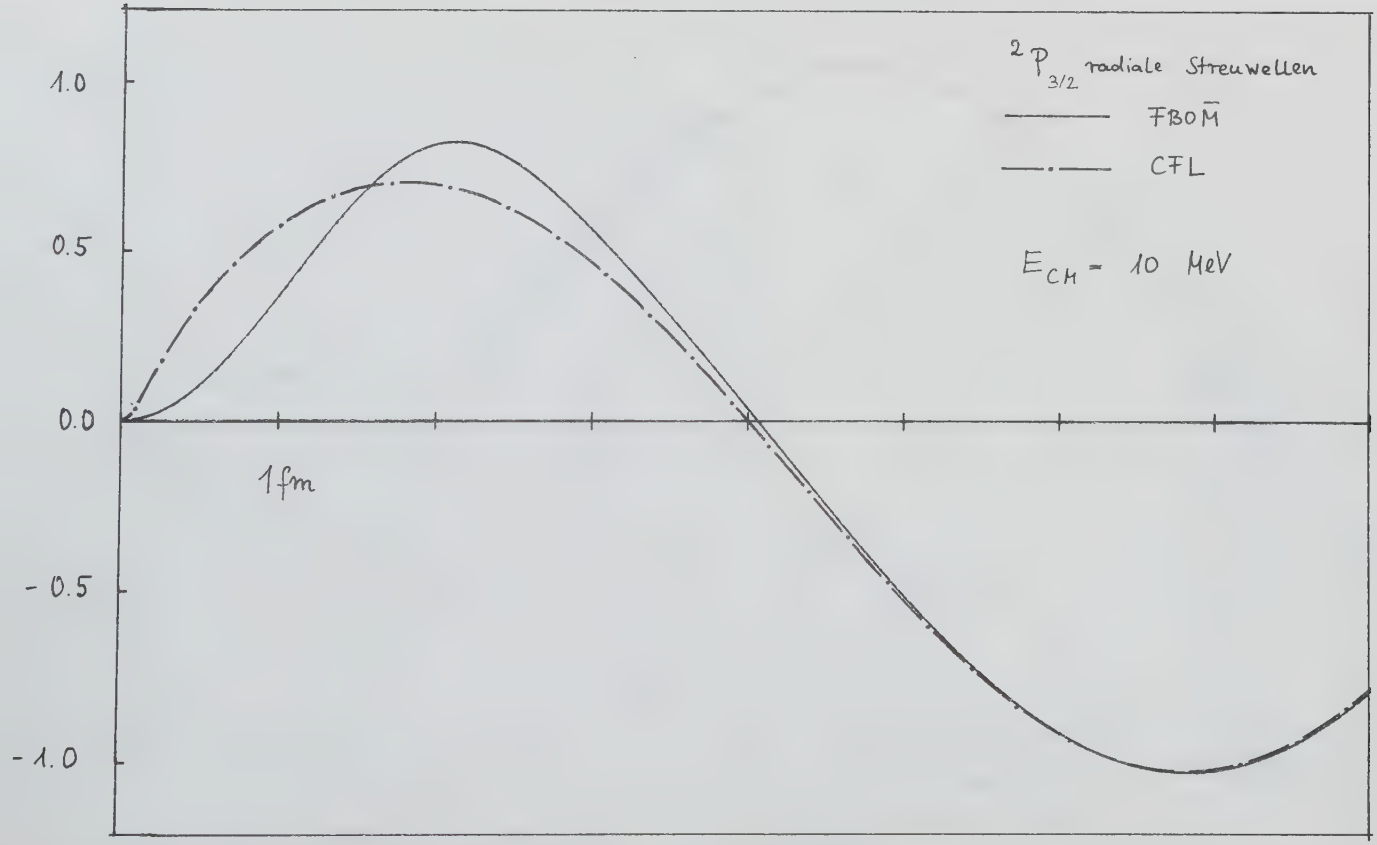

$^2P_{3/2}$ radiale Streuwellen
FBOM̄
CFL
E_{CM} = 10 MeV
1.0
0.5
0.0
- 0.5
- 1.0
1fm

Bild 2.15

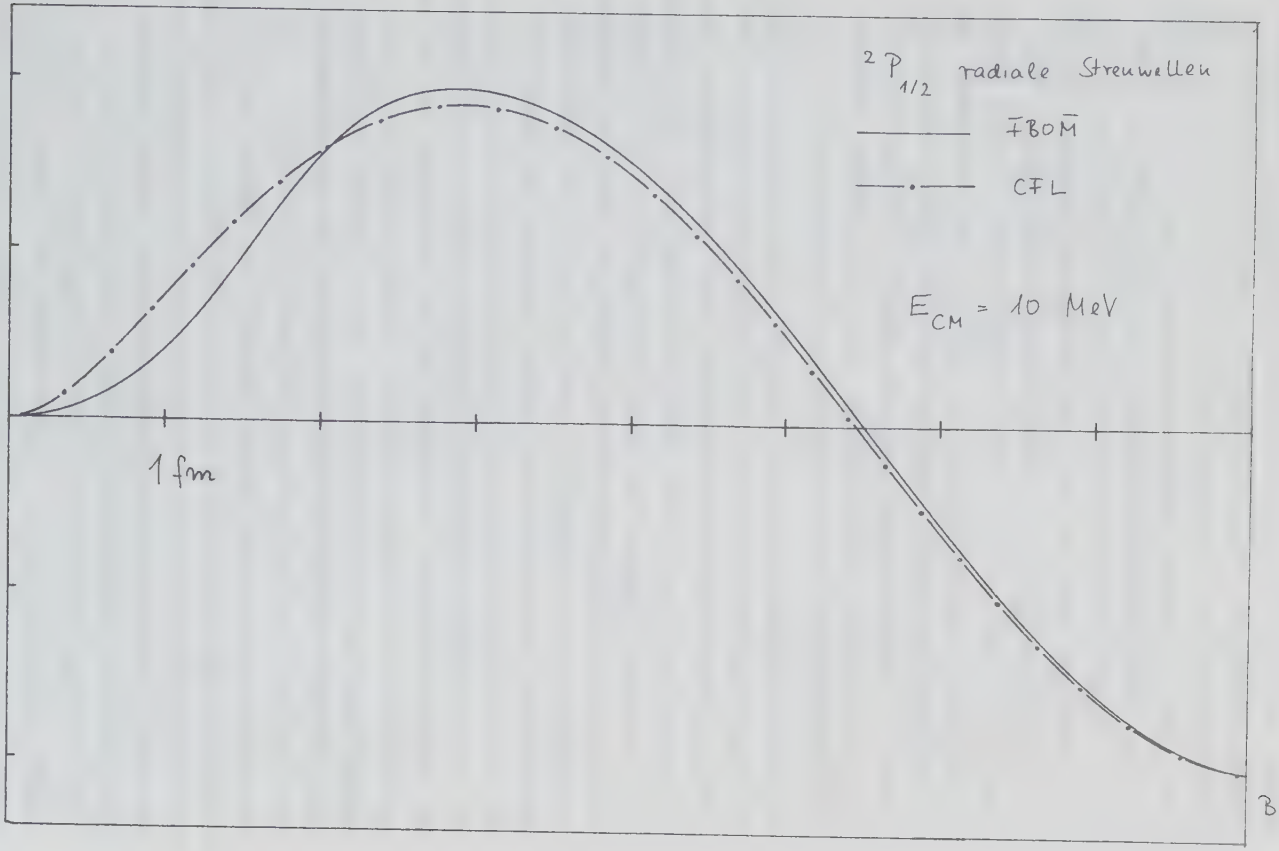


Bild 2 14

Um das Modell FBOM in der Faddeev Streurechnung verwenden zu können, müssen wir $v_W^{opt} + F$ durch ein separables Potential approximieren. Wir verwenden dazu eine Methode, die von E.W. Schmid und R. Kircher entwickelt wurde (33). Die Zahl der total Pauliverbotenen Zustände, das Energieintervall, in dem $v_W^{opt} + F$ approximiert werden soll, und die Genauigkeit der Approximation legen die Zahl der Interpolationsenergien und damit den Rang N_k, k=2,3, des separablen Potentials v^{sep} fest. Das Potential v^{sep} wird so konstruiert, daß es an den Interpolationsenergien exakt mit $v_W^{opt} + F$ übereinstimmt und in den benachbarten Energiebereichen eine Approximation darstellt. In der Dissertation von R. Kircher (38) wurde die große Genauigkeit dieser Methode für das System ^{4}He -Neutron im Energiebereich von 0 bis 18 MeV(CM) nachgewiesen.

Wir haben uns bisher immer auf diesen Energiebereich beschränkt, soll ein Potential jedoch in einer Faddeev Streurechnung Verwendung finden, müssen wir es über diesen Energiebereich hinaus definieren, vgl. (39). Da wir nur Potentiale ohne Imaginärteil verwenden können, also rein elastische Streuung in den Subsystemen voraussetzen, ist die Phasenverschiebung unseres Potentials für E > 18MeV(CM) durch das Experiment nicht mehr festgelegt; hier zeigt sich eine der Grenzen der Anwendung der Faddeev Streutheorie auf Systeme zusammengesetzter Kerne. Die Erfolge der bisherigen Faddeev Rechnungen für das System ^{4}He + Deuteron $\longrightarrow$ ^{4}He + Deuteron und ^{4}He + Deuteron $\longrightarrow$ ^{4}He +n+p zeigen jedoch, daß der Einfluß des höheren Energiebereichs gering sein muß. Da wir mit Hilfe von v_{CFL} und $v_W^{opt} + F$ off-shell Effekte in den Dreiteilchenobservablen nachweisen wollen, muß $v_W^{opt} + F$ über einen so großen Energiebereich zu v_{CFL} phasenäquivalent sein, daß wir sicher sein können, daß der Faddeev Code die Unterschiede im Hochenergieverhalten nicht mehr auflösen kann; lediglich die Unterschiede im Nahbereich der radialen Streuwellen sollen die Ursache für Veränderungen der Dreiteilchenobservablen sein. Es ist relativ einfach, $v_W^{opt} + F$ über einen sehr großen Energiebereich an v_{CFL} anzupassen, wenn wir jedoch $v_W^{opt} + F$ durch v^{sep} über einen sehr großen Energiebereich approximieren müßten, wäre ein so hoher

Rang N_k nötig, daß die Faddeev Rechnungen praktisch undurchführbar wären. Deshalb beschränken wir uns auf ein kleineres Energieintervall $[0,E_{max}]$, mit $E_{max} > 18$ MeV(CM), und weisen nach, daß die Dreiteilchenstreuobservablen von dem Energiebereich, der über E_{max} liegt, nicht mehr beeinflußt werden. Um das Verfahren zu erläutern, betrachten wir die Partialwelle $^2S_{1/2}$; wir konstruieren zwei Potentiale v_3^{sep} und v_4^{sep}, die $v_W^{opt} + F$ über verschieden weite Energieintervalle approximieren. In einem Fall ist $N_k^{alk} = N_k^{0\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}} = 3$, vgl. Kap. 1.2, mit $\epsilon_1 = 500$ MeV(CM), vgl. Kap. 2.2, und mit den Interpolationsenergien 5 und 30 MeV(CM); im zweiten Fall ist $N_k^{0\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}} = 4$, mit $\epsilon_1 = 500$ MeV(CM) und mit den Interpolationsenergien 5, 30 und 120 MeV(CM). Daß die radialen Streuwellen von $v^{sep}_{N_k^{0\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}}}$ und $v_W^{opt} + F$ sehr genau übereinstimmen, zeigt in einem typischen Beispiel Bild 2.13; über welchem Energiebereich diese Approximation gültig ist, ist Bild 2.16 zu entnehmen, wobei die Übereinstimmung der Phasenverschiebungen das jeweilige Approximationsintervall kennzeichnet. Wir berechnen sodann mit v_3^{sep} und v_4^{sep}, für die übrigen Partialwellen verwenden wir die Potentiale von CFL, die Dreiteilchenstreuobservablen (1.40), (1.41), (1.42), (1.43) und (1.48) für die elastische und die Aufbruchsreaktion zu den Einschußenergien, die wir auch bei den off-shell Untersuchungen verwenden werden; es genügt, wenn wir uns dabei auf die niedrigen Partialwellen mit $J = 0^-, 1^+, 1^-, 2^+, 2^-, 3^+$, vgl. Kap. 1.2, beschränken, da diese, wie Tests ergeben haben, die Potentialinformation besonders deutlich wiederspiegeln. Wir stellen fest, daß die Dreiteilchenstreuobservablen in beiden Fällen praktisch identisch sind; da höhere Energien zunehmend weniger Einfluß auf die Observablen haben, können wir folgern, daß ein weiteres Hinausschieben der Interpolationsenergien und damit ein weiteres Erhöhen des Ranges die Observablen ebenfalls unverändert lassen wird, wir können also davon ausgehen, daß v_3^{sep} das Potential $v_W^{opt} + F$ in einem genügend weiten Energieintervall approximiert. Eine explizite Definition des separablen Potentiales v_3^{sep} findet man in Anhang 2.

In analoger Weise definieren wir für die Partialwellen $^2P_{1/2}$ und $^2P_{3/2}$ Potentiale v_2^{sep} und v_3^{sep} und weisen nach,daß in beiden Fällen v_2^{sep} das Potential v_W^{opt}+F des optischen Fischgräten-modells genügend weit approximiert.Die explizite Definition der separablen Potentiale v_2^{sep} findet man in Anhang 2.Die radialen Streuwellen von v_W^{opt}+F im Energieberiech O bis 18 MeV (CM) sind wieder fast identisch mit denen von v_2^{sep} ,typische Beispiele für die Approximationsqualität findet man in (38);den Übereinstimmungsbereich der jeweiligen Phasenverschieb ungen mit denen von CFL findet man in den Bildern 2.17,2.18 dargestellt.

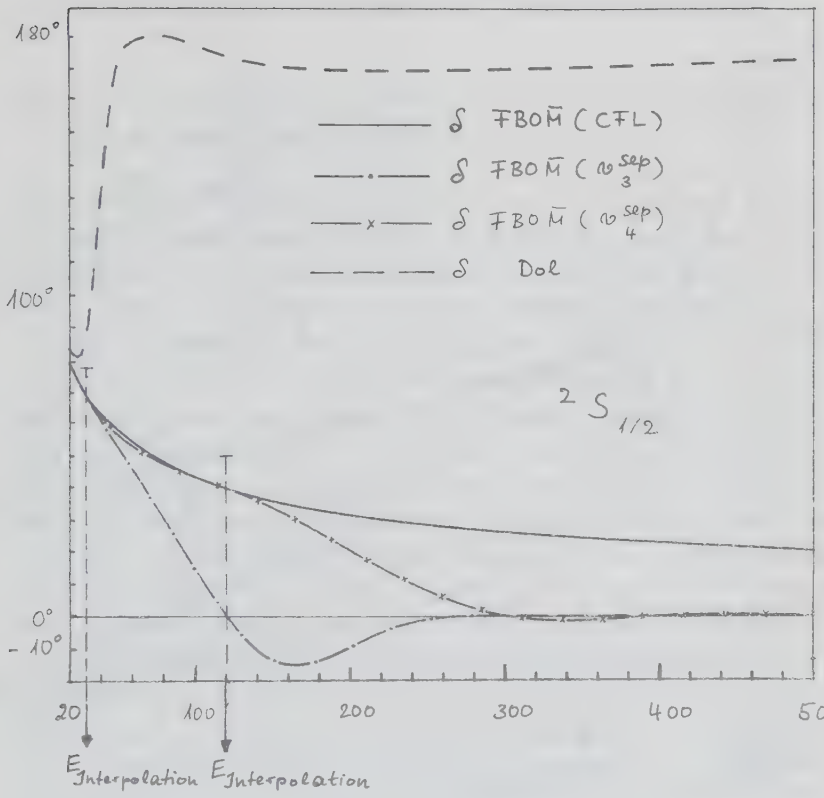


Bild 2.16

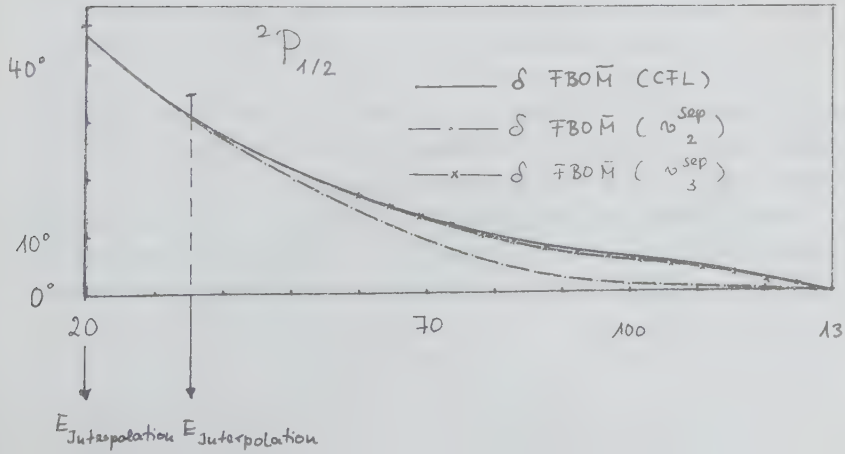


Bild 2.17

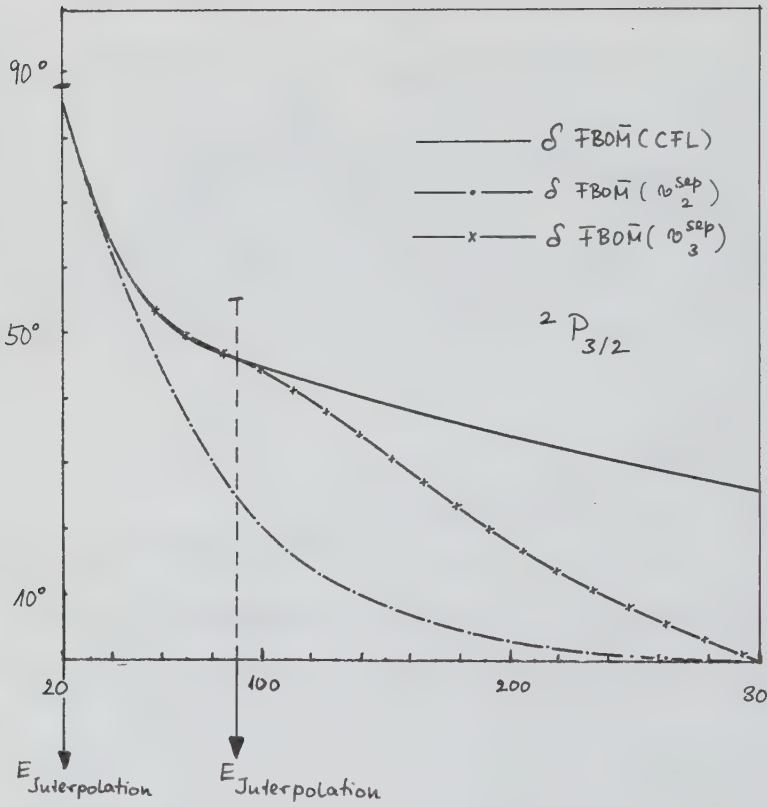

90°
50°
10°
δ FBOM̄ (CFL)
δ FBOM̄ (v_2^{sep})
δ FBOM̄ (v_3^{sep})
$^2P_{3/2}$
T
20
100
200
800 MeV (C
$E_{Interpolation}$
$E_{Interpolation}$

Bild 2.1

3. Kapitel. Die Ergebnisse der Faddev Streurechnungen

3.1 Off-shell Effekte in den Observablen der elastischen Reaktion ^{4}He + Deuteron ⟶ ^{4}He + Deuteron

Um die Auswirkungen der verschiedenen half off-shell Übergangsmatrixelemente bzw. des unterschiedlichen Nahbereichsverhaltens der Subsystemstreuwellen, vgl. Kap. 1.3, auf die Dreiteilchenstreuobservablen der elastischen Reaktion zu studieren, wurden Faddeev Rechnungen bei $E_{Deuteron}^{Labor} = 12$ und 7.5 MeV durchgeführt. Im Proton-Neutron Subsystem wurde bei allen Rechnungen das Tensorpotential Y7 aus (8) verwendet, im ^{4}He - Nukleon Subsystem in den Partialwellen $^2S_{1/2}$, $^2P_{1/2}$ und $^2P_{3/2}$ die separablen Potentiale aus (8), sowie die Potentiale des Modells FBOM̄, vgl. Kap. 2.4. In (8) wurde nachgewiesen, daß Details des Tensorpotentials ebenso wie das $^1P_1$ Nukleon-Nukleon Potential für die ^{4}He -Deuteron Observablen keine große Rolle spielen. Auch wird der Einfluß höherer Partialwellen des ^{4}He -Nukleon Systems bei unseren Einschußenergien gering eingeschätzt (8), da die zugehörigen Phasenverschiebungen klein sind. Schließlich ist die vernachlässigte Dreikörperkraft des Clustermodells FBOM̄ wahrscheinlich nur schwach, vgl. Kap. 2.2, so daß wir bei den folgenden Rechnungen die starke Wechselwirkung bis auf die noch zu diskutierenden off-shell Unterschiede im wesentlichen vollständig berücksichtigen.

Anders ist die Situation bei der Coulombwechselwirkung zwischen Proton und ^{4}He ; da sie nicht exakt behandelt werden kann, vgl. (6), wurde sie bei allen Rechnungen ganz weggelassen, nur die ^{4}He -interne Coulombwechselwirkung ist im Clusteransatz des FBOM̄ enthalten. Natürlich erschwert dies den Vergleich mit dem Experiment. Doch gibt es einen Modellfall, mit dem wir experimentell den Einfluß der Coulombwechselwirkung in einem Dreiteilchensystem studieren können. Neuere Messungen von $d\sigma^{elas}/d\Omega$ und der kartesischen Analysierstärke $A_y(\Theta)$ des Systems Neutron-Deuteron erlauben einen

Vergleich mit den entsprechenden Observablen des Proton-Deuteron Systems. Wir stellen fest, daß für $E^{Labor}_{Nukleon} = 6;8;22.5$ MeV der elastische Wirkungsquerschnitt im Winkelbereich $\Theta_{CM} \in [80^o, 155^o]$ kaum noch Auswirkungen der Coulombwechselwirkung aufweist, vgl. (41). Für $E^{Labor}_{Nukleon} \approx 10$ MeV wurde auch der Rückwärtswinkelbereich bei beiden Reaktionen gemessen, wir zeigen die Ergebnisse in Bild 3.1. In unserem Zusammenhang ist interessant, daß für $\Theta_{CM} > 150^o$ $d\sigma^{elas}/d\Omega$ mit Coulombwechselwirkung bis zu etwa 7% unter dem Neutron-Deuteron Wirkungsquerschnitt liegt. Die Observable $A_y(\Theta_{CM})$, vgl. (42, 43), wurde bei $E^{Labor}_{Nukleon} = 10$ und 14.1 MeV verglichen und zeigt für $\Theta_{CM} \in [140^o, 180^o]$ in beiden Fällen praktisch keine Coulombeffekte mehr. Wir sehen also, daß entsprechend dem Verlauf des Rutherford-Streuquerschnittes die Coulombeffekte für große Winkel gering sind und wollen, um einen ungefähren Vergleich mit dem Experiment zu ermöglichen, für das System ^{4}He -Deuteron einen ähnlichen Coulombeinfluß annehmen.

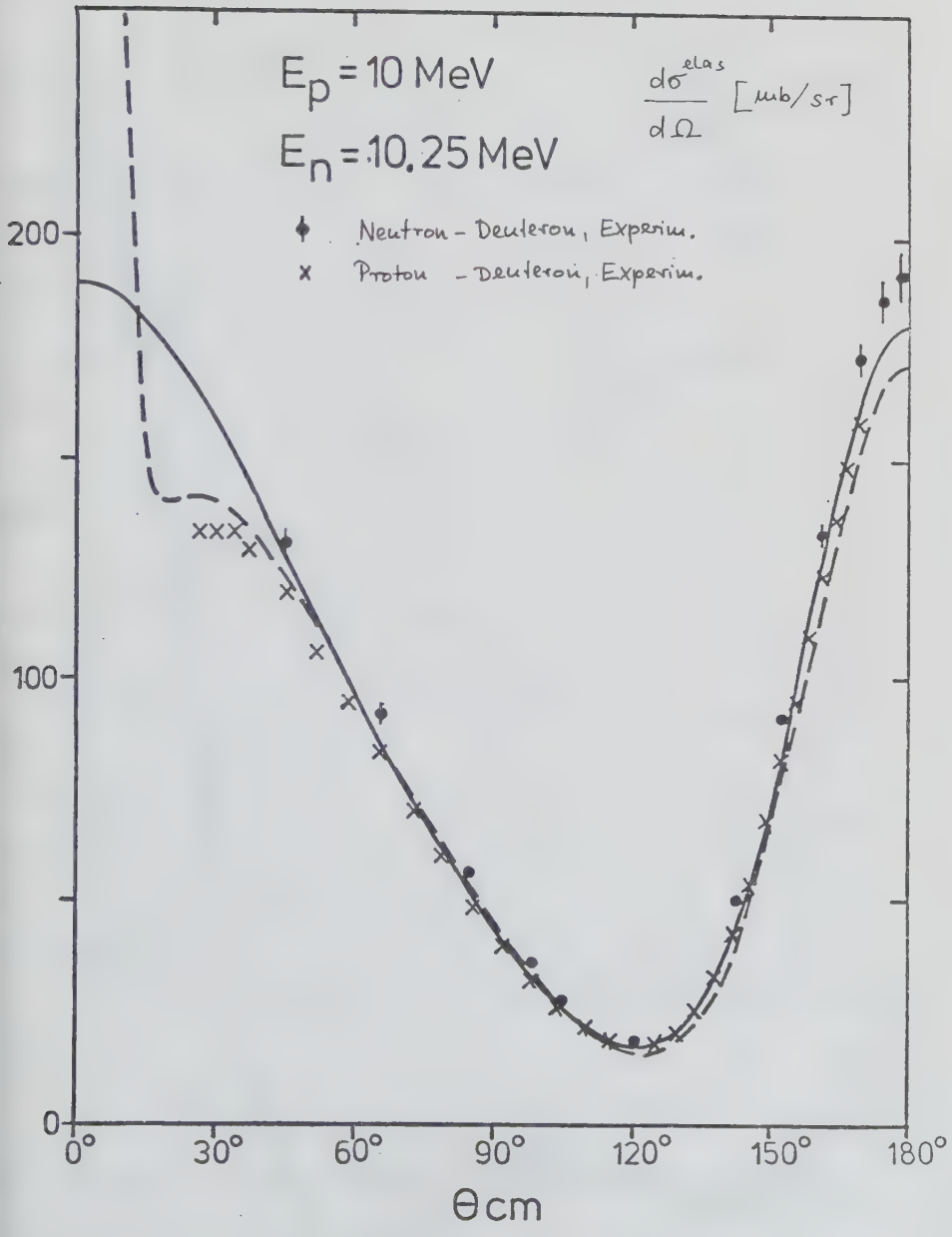

$E_p = 10$ MeV
$E_n = 10.25$ MeV
$\frac{d\sigma^{elas}}{d\Omega}$ [mb/sr]
Neutron - Deuteron, Experim.
Proton - Deuteron, Experim.
200
100
0
0°
30°
60°
90°
120°
150°
180°
Θcm

Bild 3.1

Jedes der folgenden Bilder enthält eine Rechnung mit dem kompletten Potentialsatz von CFL (8), je eine Rechnung, in der nur eine Partialwelle des He^4-Nukleon Systems durch FBOM̄ beschrieben wird, der Rest durch CFL, und schließlich eine Rechnung, in der in allen Partialwellen FBOM̄ und damit das Pauli-Prinzip, vgl. Kap. 2, in der Rechnung enthalten ist. In den Bildern 3.2 bis 3.13 ist der erste Fall durch CFL gekennzeichnet, der zweite jeweils durch $^{2h+l}l_j$, der dritte durch FBOM̄. Die Substitution einzelner Partialwellen der FBOM̄ Potentiale in den CFL Wechselwirkungen soll vor allem dazu dienen, Zusammenhänge zwischen dem off-shell Verhalten der Subsystemübergangsmatrixelemente und den Dreiteilchenstreuobservablen aufzudecken; wir werden in Kap. 3.2 darauf eingehen.

Bild 3.2 zeigt $d\sigma^{elas}/d\Omega_1^{(+)}$ bei $E^{Labor}_{Deuteron} = 12$ MeV, Bild 3.3 zeigt einen Ausschnitt des elastischen Wirkungsquerschnittes. Die experimentellen Daten sind aus (▲, 45). Off-shell Effekte, deren Größenordnung deutlich über die Meßungenauigkeit des Experiments hinausgehen, sind für Vorwärts- und Rückwärtswinkel zu beobachten. Der Wirkungsquerschnitt, bei dessen Berechnung das Pauli Prinzip in allen Partialwellen enthalten ist (FBOM̄), zeigt im Rückwärtswinkelbereich $\Theta_1 \gtrsim 150^o$ gegenüber der phänomenologischen Rechnung (CFL) eine Annäherung an das Experiment. FBOM̄ liegt in diesem Winkelbereich bis zu etwa 10% über den experimentellen Daten, was mit fehlenden Coulombeffekten erklärbar ist. Die analogen Ergebnisse für $E^{Labor}_{Deuteron} = 7.5$ MeV zeigen die Bilder 3.4, 3.5. Es wurden die experimentellen Daten aus (●, 46) verwendet, die "Punkte" o sind einem extrapolierten Phaseshiftfit bei der Energie $E^{Labor}_{Deuteron} = 7.86$ MeV (47) entnommen. Wieder zeigt FBOM̄ eine ähnliche Annäherung an das Experiment wie bei $E^{Labor}_{Deuteron} = 12$ MeV.

(+) Anmerkung: Die Bezeichnungen der Observablen sind in Kap. 1.4 definiert.

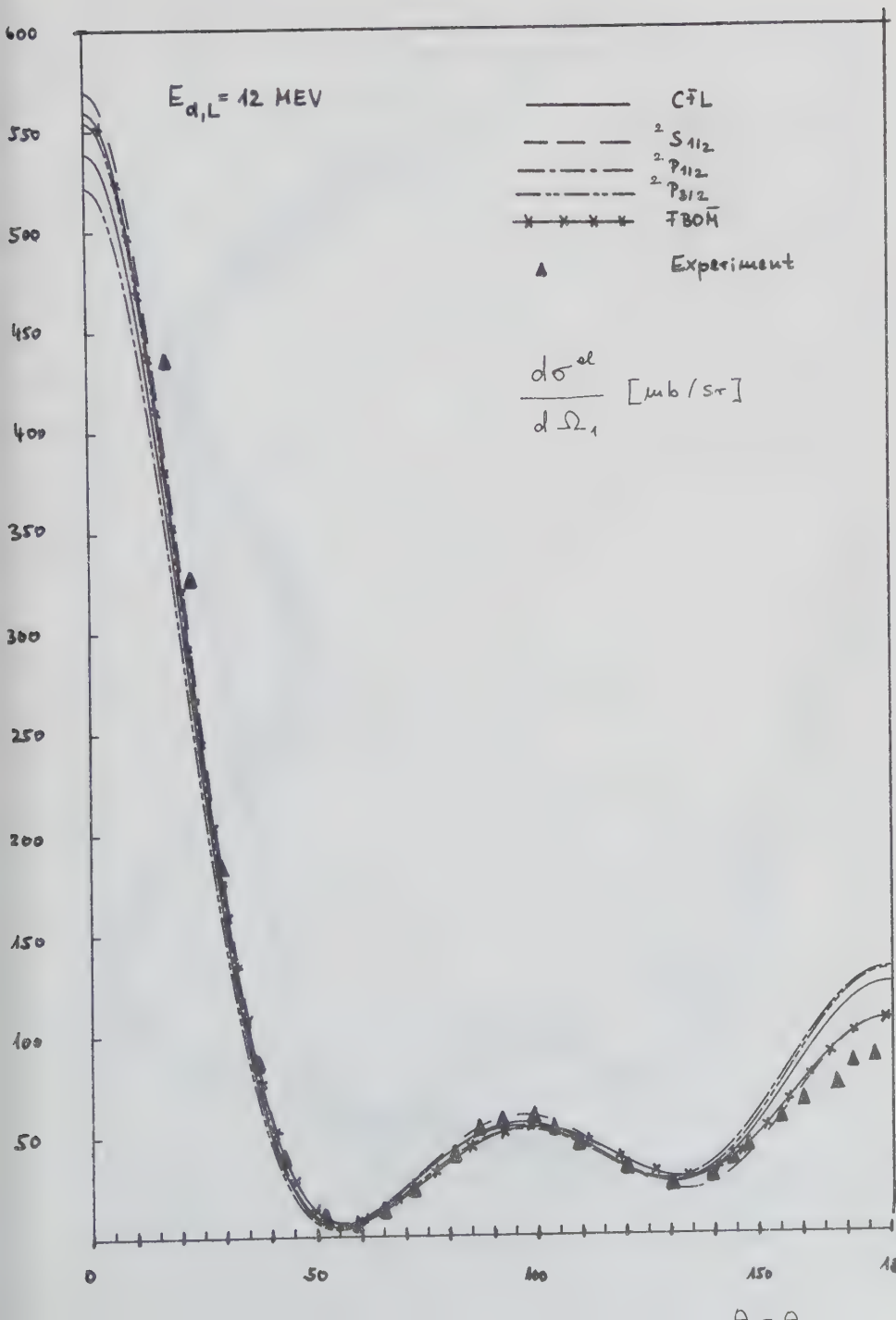

$E_{d,L}$ = 12 MEV
CFL
$^2S_{1/2}$
$^2P_{1/2}$
$^2P_{3/2}$
FBOH
Experiment
$\frac{d\sigma^{el}}{d\Omega_1}$ [mb/sr]
600
550
500
450
400
350
300
250
200
150
100
50
0
50
100
150
180
θ_1

Bild 3.2

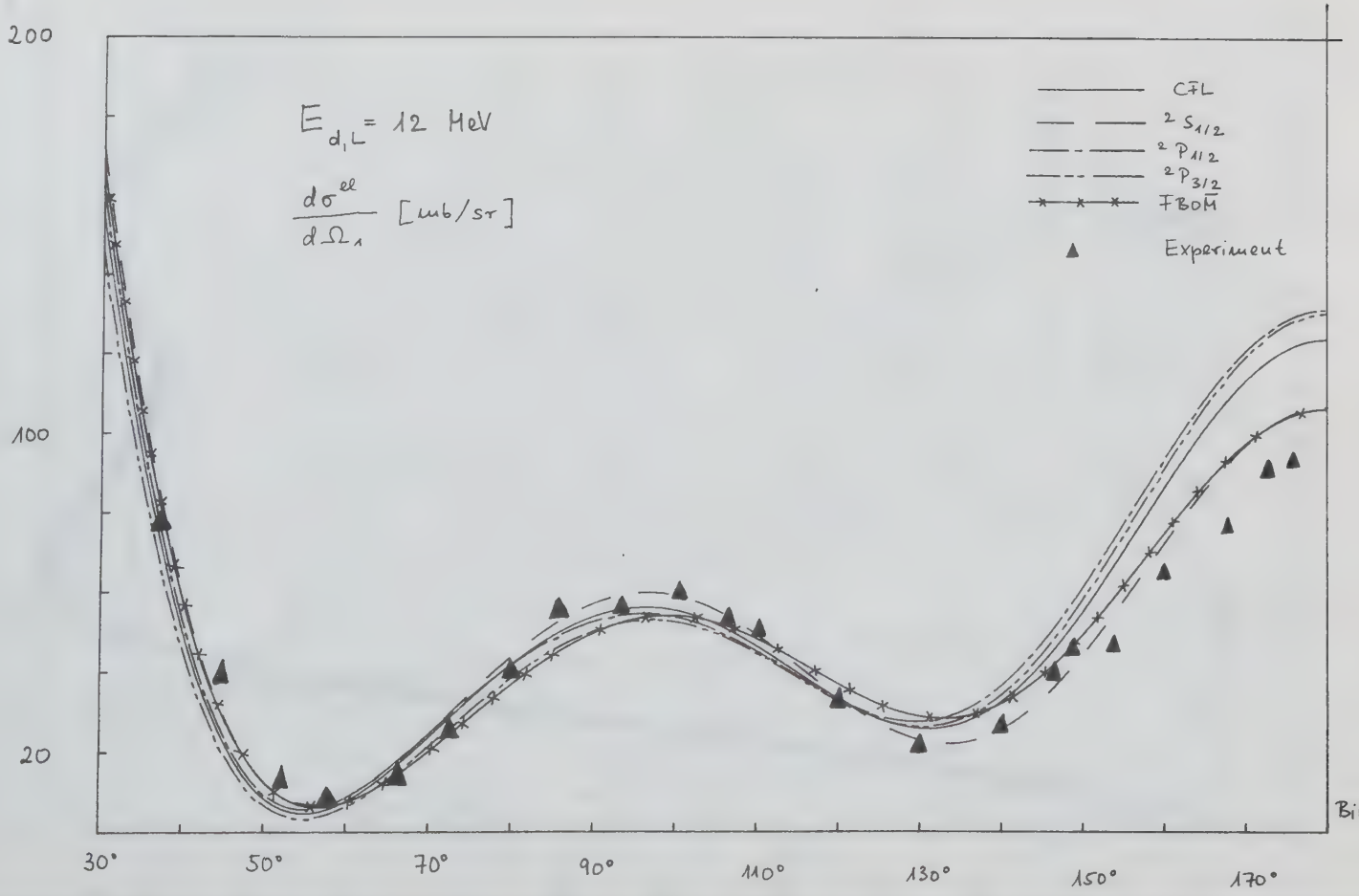

200
100
20
$E_{d,L}$ = 12 MeV
$\frac{d\sigma^{el}}{d\Omega_1}$ [mb/sr]
CFL
$^2S_{1/2}$
$^2P_{1/2}$
$^2P_{3/2}$
FBOM
Experiment
30°
50°
70°
90°
110°
130°
150°
170°

Bild 3.3

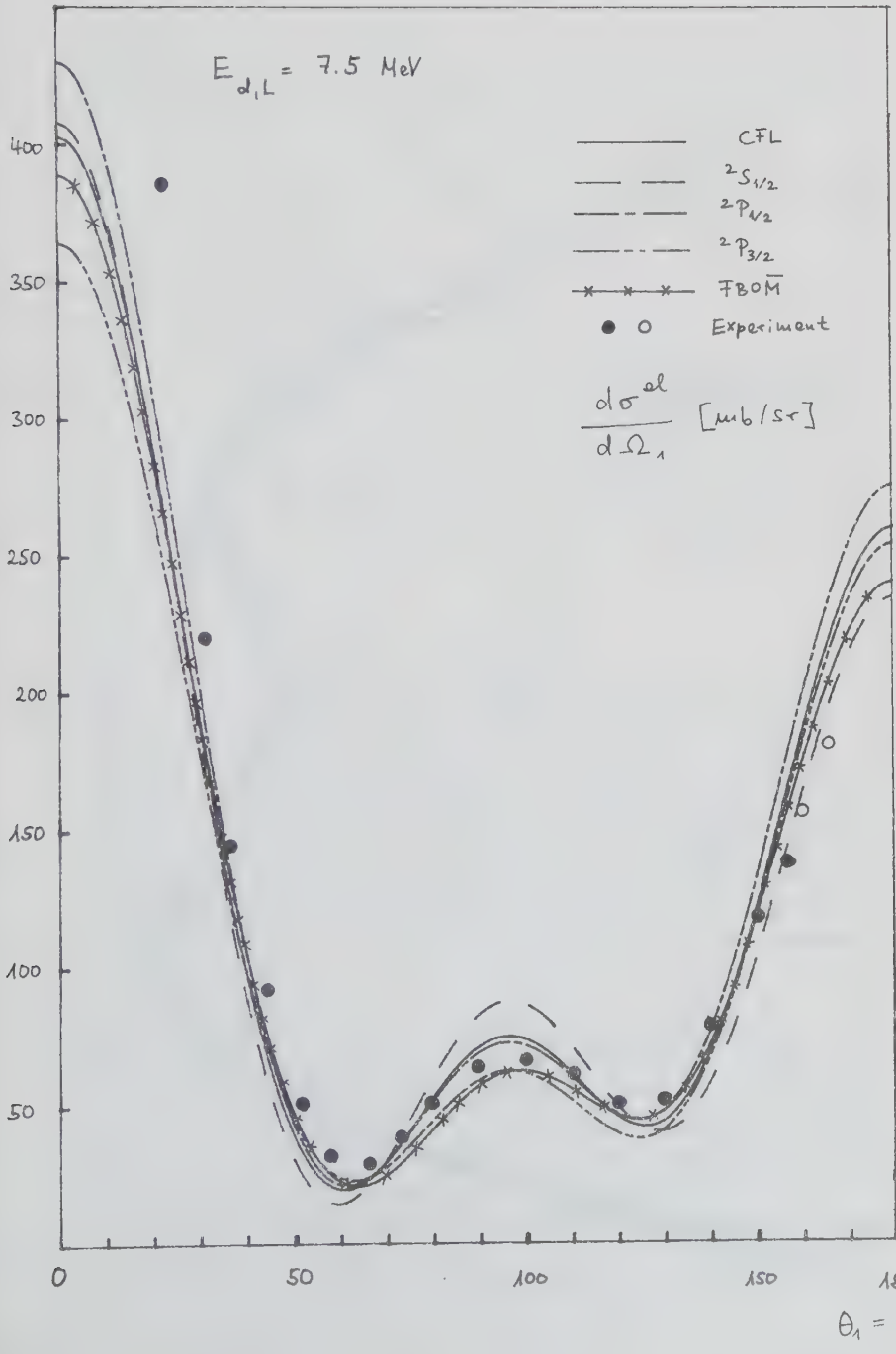

$E_{d,L}$ = 7.5 MeV
CFL
$^2S_{1/2}$
$^2P_{1/2}$
$^2P_{3/2}$
FBOM
Experiment
$\frac{d\sigma^{el}}{d\Omega_1}$ [mb/sr]
400
350
300
250
200
150
100
50
0
50
100
150
180
a
b
$\theta_1 = \theta_{CM}$

Bild 3.4

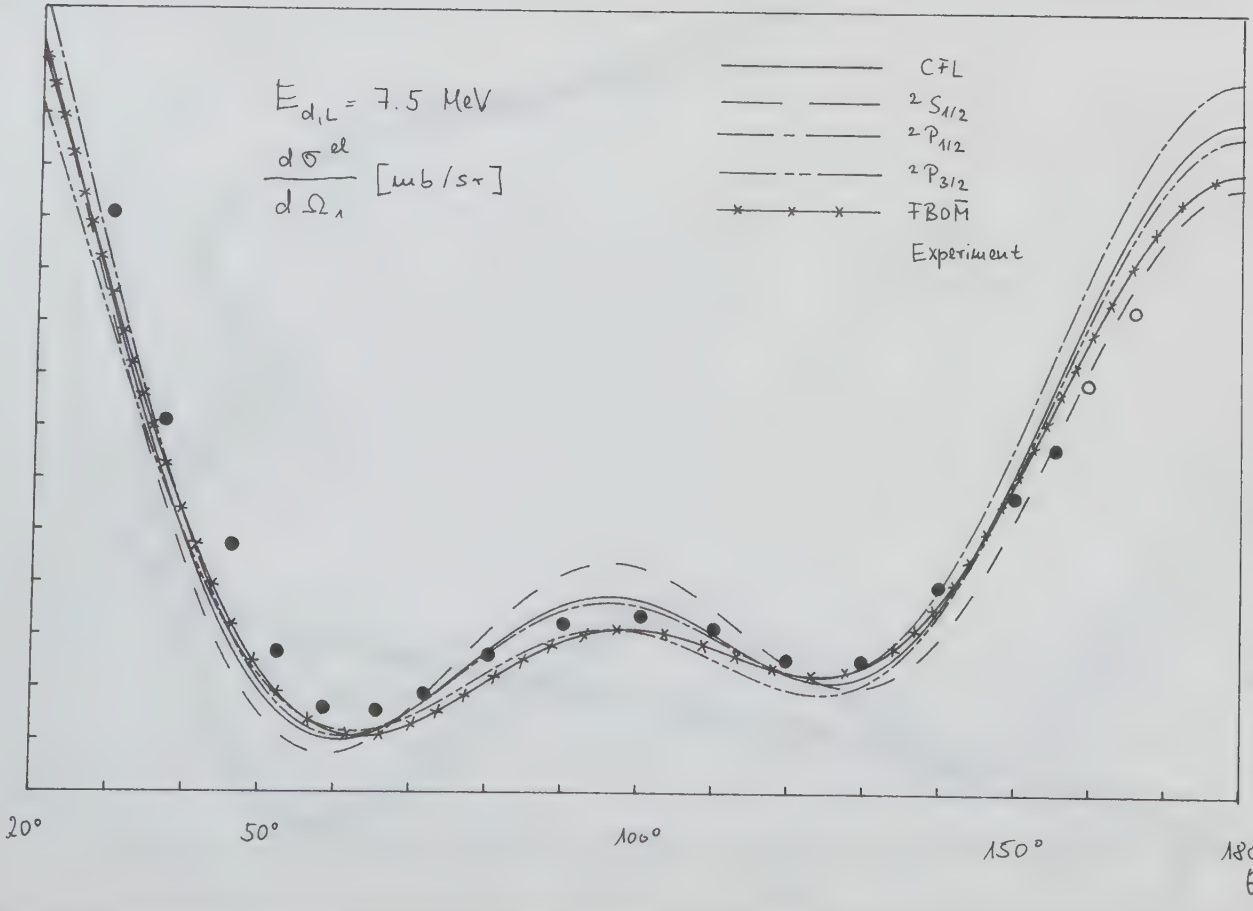

$E_{d,L}$ = 7.5 MeV
$\frac{d\sigma^{el}}{d\Omega_1}$ [mb/sr]
CFL
$^2S_{1/2}$
$^2P_{1/2}$
$^2P_{3/2}$
FBOM
Experiment
20°
50°
100°
150°
180°
$\theta_1 = \theta_{CM}$

Bild 3.5

Auf den Bildern 3.6 bis 3.13 findet man die sphärischen Analysierstärken zu $E^{Labor}_{Deuteron} = 12$ und 7.5 MeV. Die experimentellen Daten ▲ bei 12 MeV sowie die extrapolierten Phaseshiftfitwerte Δ sind aus (44). Die Daten der Rechnung zu $E^{Labor}_{Deuteron} = 7.5$ MeV stammen aus (47); die Energie dieser Messung liegt, etwas abweichend, bei $E^{Labor}_{Deuteron} = 7.86$ MeV; auch hier wurden direkte Meßpunkte ● sowie Phaseshiftfitwerte o eingezeichnet. Für beide Energien ist iT_{11} im Vorwärtswinkelbereich, wenn es mit FBOM̄ berechnet wird, dem Experiment näher als die bei der Rechnung mit CFL. Bei 12 MeV hat die FBOM̄ Kurve die richtige Position des ersten Minimums. Allerdings ist in diesem Winkelbereich ein relativ starker Coulombeffekt zu erwarten, vgl. (42, 43), dessen Einfluß schwer abzuschätzen ist. Im Rückwärtswinkelbereich zieht das Experiment bei den Observablen iT_{11} und T_{20} für 12 und 7.5 MeV eindeutig die Rechnung mit Einschluß des Pauli-Prinzips (FBOM̄) vor. Die Werte von T_{21} und T_{22} zeigen für diese Winkel nur sehr kleine off-shell Unterschiede.

Zusammenfassend können wir feststellen:

1. Bei allen Observablen finden wir über große Winkelbereiche off-shell Effekte in einer Größenordnung, die eindeutig die Meßungenauigkeit übersteigt. Da kaum zu erwarten ist, daß eine exakte Behandlung der Coulombwechselwirkung und ein Einschluß der fehlenden Anteile der starken Wechselwirkung die off-shell Effekte bei allen diesen Winkeln nivelliert, haben wir mit großer Wahrscheinlichkeit nachgewiesen, daß das Nahbereichsverhalten der radialen Subsystemstreuwellen in unserem Dreiteilchensystem beobachtbare Konsequenzen hat.

2. Definieren wir dieses Nahbereichbereichsverhalten einmal mit Hilfe der mikroskopischen Clustertheorie (FBOM̄), ein andermal phänomenologisch (CFL), so zieht das Experiment in Winkelbereichen, wo die Coulombeinflüsse gering sind und wo wir also unsere Beschreibung des Systems als beinahe vollständig betrachten können, in den Observablen $d\sigma^{el}/d\Omega_1$, iT_{11} und T_{20} das mikroskopische Modell vor;

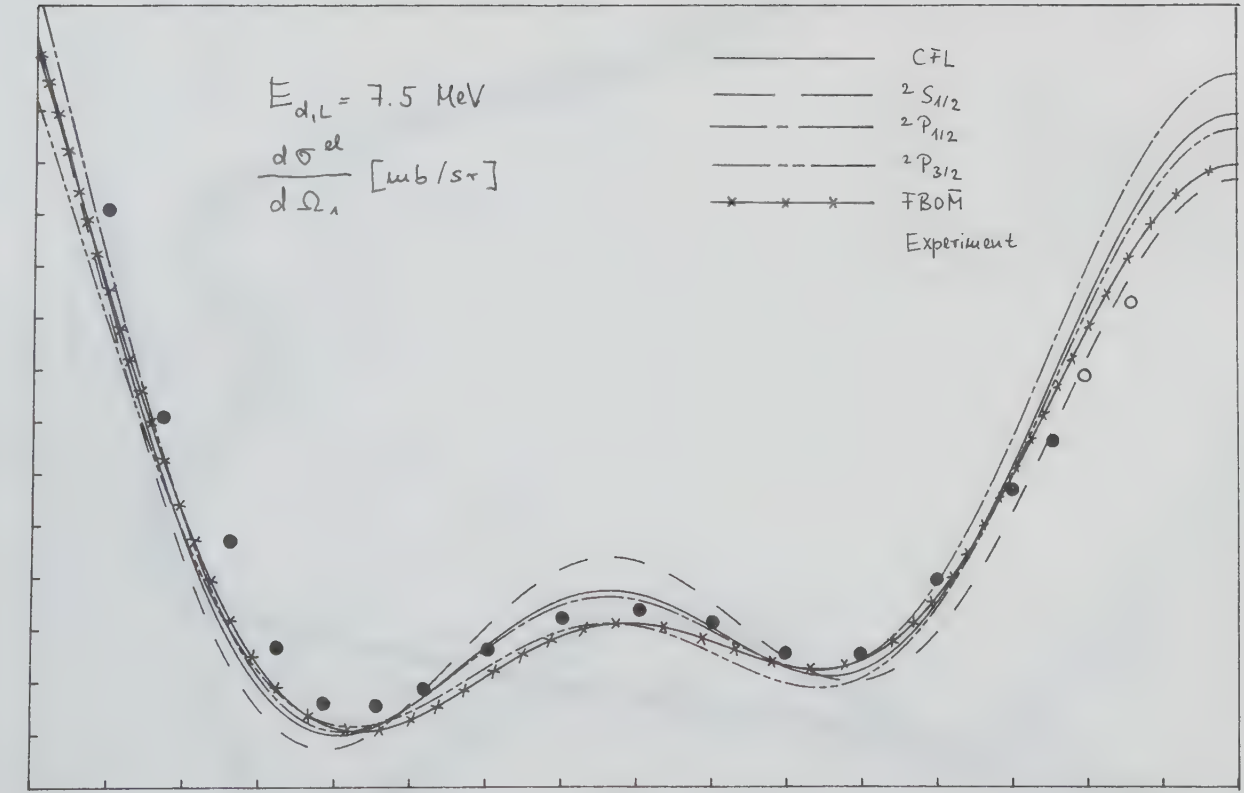

$E_{d,L}$ = 7.5 MeV
$\frac{d\sigma^{el}}{d\Omega_1}$ [mb/sr]
CFL
$^2S_{1/2}$
$^2P_{1/2}$
$^2P_{3/2}$
FBOM
Experiment
20°
50°
100°
150°
180°
$\theta_1 = \theta_{CM}$

Bild 3.5

Auf den Bildern 3.6 bis 3.13 findet man die sphärischen Analysierstärken zu $E^{Labor}_{Deuteron} = 12$ und 7.5 MeV. Die experimentellen Daten ▲ bei 12 MeV sowie die extrapolierten Phaseshiftfitwerte Δ sind aus (44). Die Daten der Rechnung zu $E^{Labor}_{Deuteron} = 7.5$ MeV stammen aus (47); die Energie dieser Messung liegt, etwas abweichend, bei $E^{Labor}_{Deuteron} = 7.86$ MeV; auch hier wurden direkte Meßpunkte • sowie Phaseshiftfitwerte o eingezeichnet. Für beide Energien ist iT_{11} im Vorwärtswinkelbereich, wenn es mit FBOM̄ berechnet wird, dem Experiment näher als die bei der Rechnung mit CFL. Bei 12 MeV hat die FBOM̄ Kurve die richtige Position des ersten Minimums. Allerdings ist in diesem Winkelbereich ein relativ starker Coulombeffekt zu erwarten, vgl. (42, 43), dessen Einfluß schwer abzuschätzen ist. Im Rückwärtswinkelbereich zieht das Experiment bei den Observablen iT_{11} und T_{20} für 12 und 7.5 MeV eindeutig die Rechnung mit Einschluß des Pauli-Prinzips (FBOM̄) vor. Die Werte von T_{21} und T_{22} zeigen für diese Winkel nur sehr kleine off-shell Unterschiede.

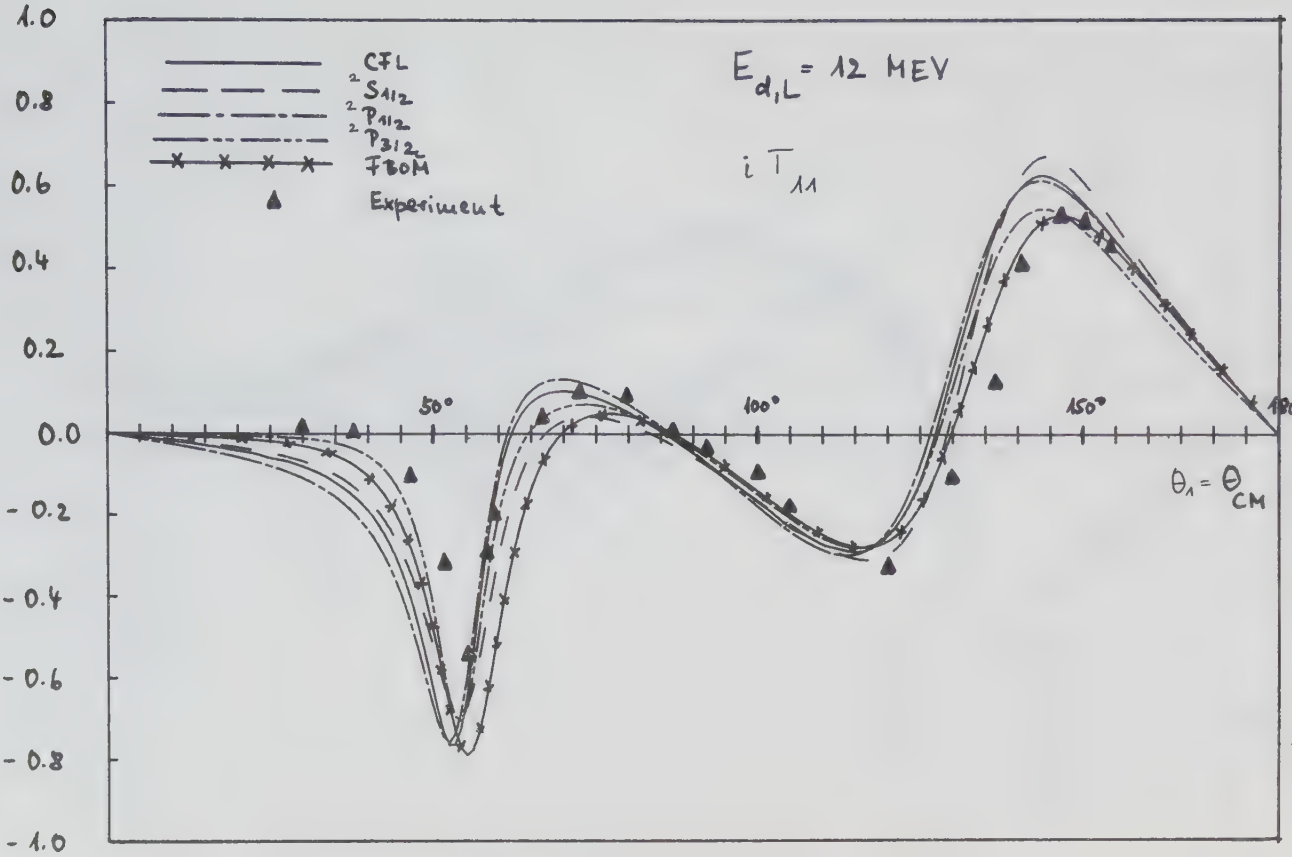
Zusammenfassend können wir feststellen:

1. Bei allen Observablen finden wir über große Winkelbereiche off-shell Effekte in einer Größenordnung, die eindeutig die Meßungenauigkeit übersteigt. Da kaum zu erwarten ist, daß eine exakte Behandlung der Coulombwechselwirkung und ein Einschluß der fehlenden Anteile der starken Wechselwirkung die off-shell Effekte bei allen diesen Winkeln nivelliert, haben wir mit großer Wahrscheinlichkeit nachgewiesen, daß das Nahbereichsverhalten der radialen Subsystemstreuwellen in unserem Dreiteilchensystem beobachtbare Konsequenzen hat.

2. Definieren wir dieses Nahbereichbereichsverhalten einmal mit Hilfe der mikroskopischen Clustertheorie (FBOM̄), ein andermal phänomenologisch (CFL), so zieht das Experiment in Winkelbereichen, wo die Coulombeinflüsse gering sind und wo wir also unsere Beschreibung des Systems als beinahe vollständig betrachten können, in den Observablen $d\sigma^{el}/d\Omega_1$, iT_{11} und T_{20} das mikroskopische Modell vor;

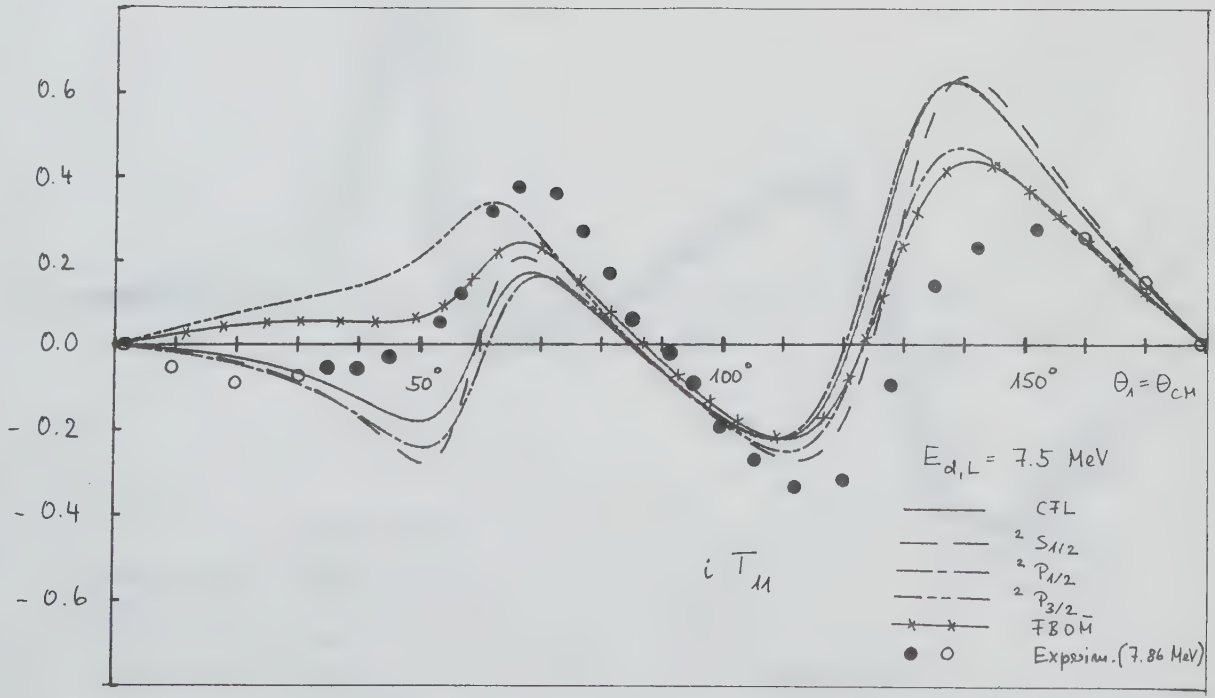
bei T_{21} und T_{22} sind die off-shell Unterschiede bei diesen Winkeln zu klein, um einen eindeutigen Schluß zuzulassen.

Die vorliegenden Ergebnisse scheinen somit den Einbau der Clusterstruktur und des Pauli-Prinzips in die Subsystemwechselwirkungen, wie er im Potential FBO$\bar{M}$ geschieht, als wichtigen und korrekten Schritt bei der Beschreibung des Dreikörpersystems ^{4}He -Deuteron zu bestätigen.



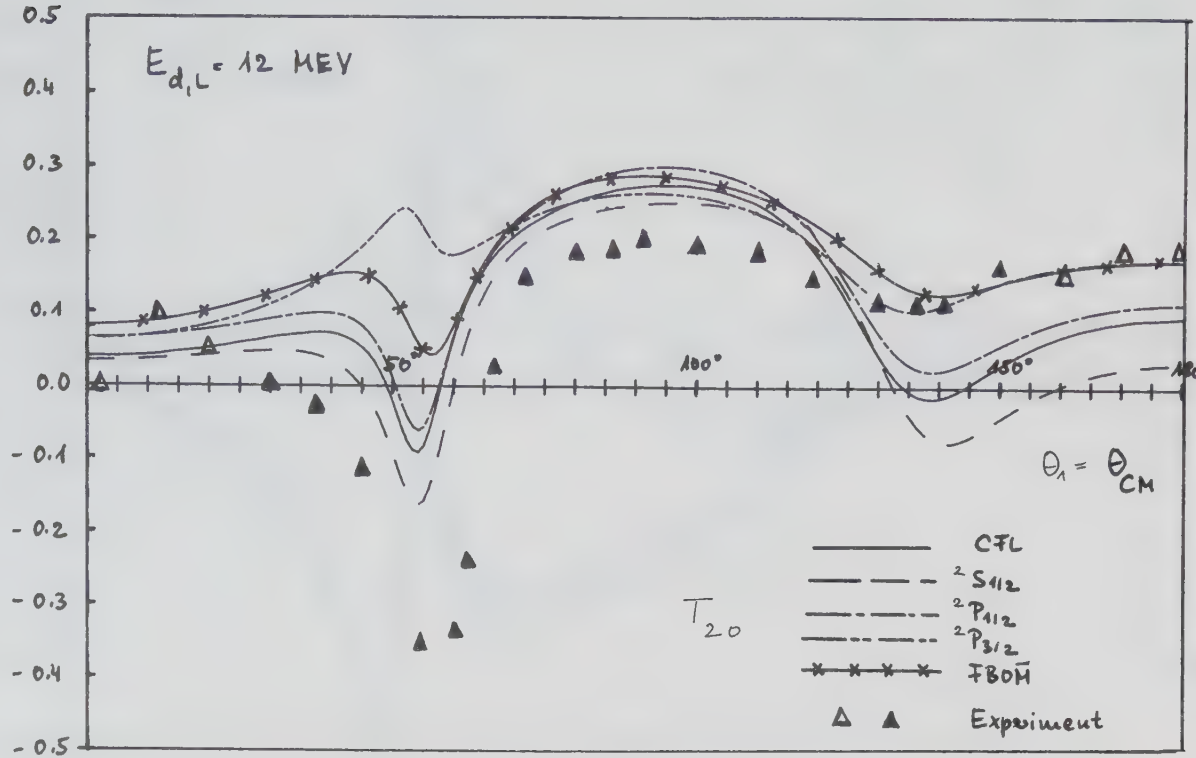
$i\,T_{11}$ Deuteron Vektor Analysis stärke

Bild 3.6



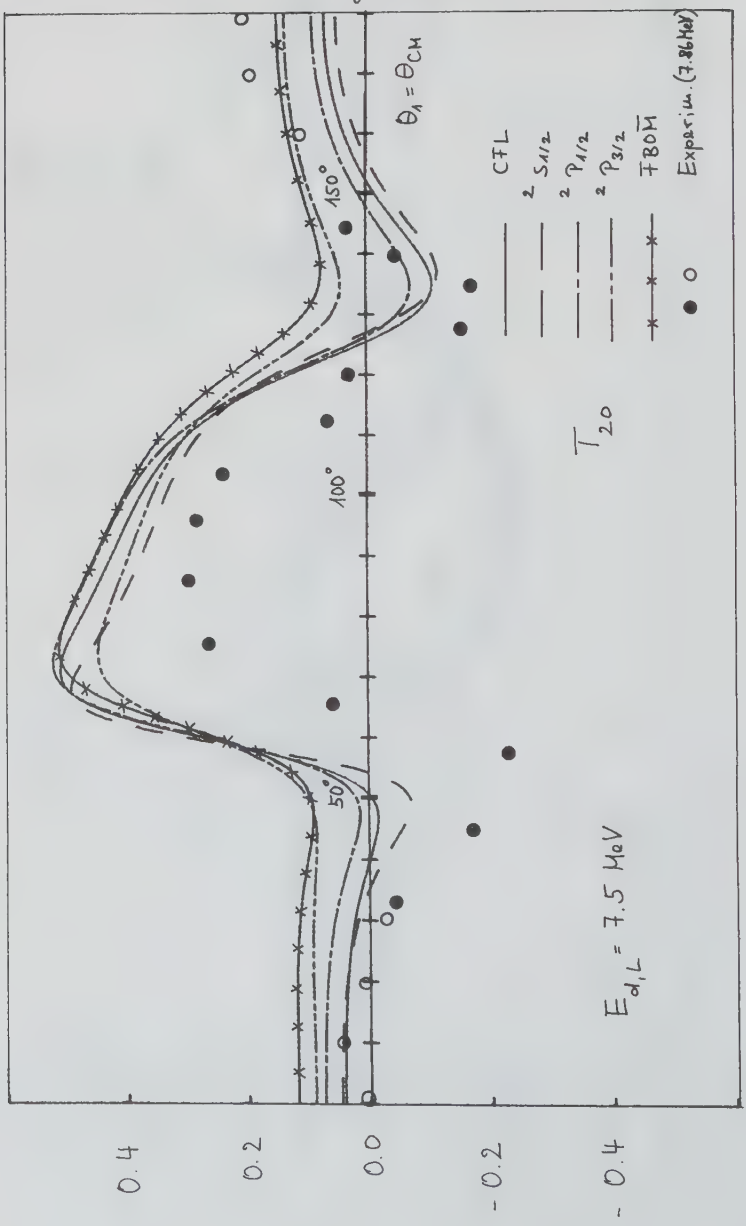
$i\,T_{11}$ Deuteron Vektor Analysierstärke

Bild 3.7



T_{20} Deuteron Tensor Analyzing Power

Bild 3.8


T_{20} Deuteron Tensas Analysierstärke
Bild 3.9
$\Theta_A = \Theta_{CM}$
150°
100°
50°
CFL
$^2S_{1/2}$
$^2P_{1/2}$
$^2P_{3/2}$
TBDM
Experim. (7.86 MeV)
T_{20}
$E_{d,L} = 7.5$ MeV
0.4
0.2
0.0
- 0.2
- 0.4

T_{21} Deuteron Tensor Analysierstärke

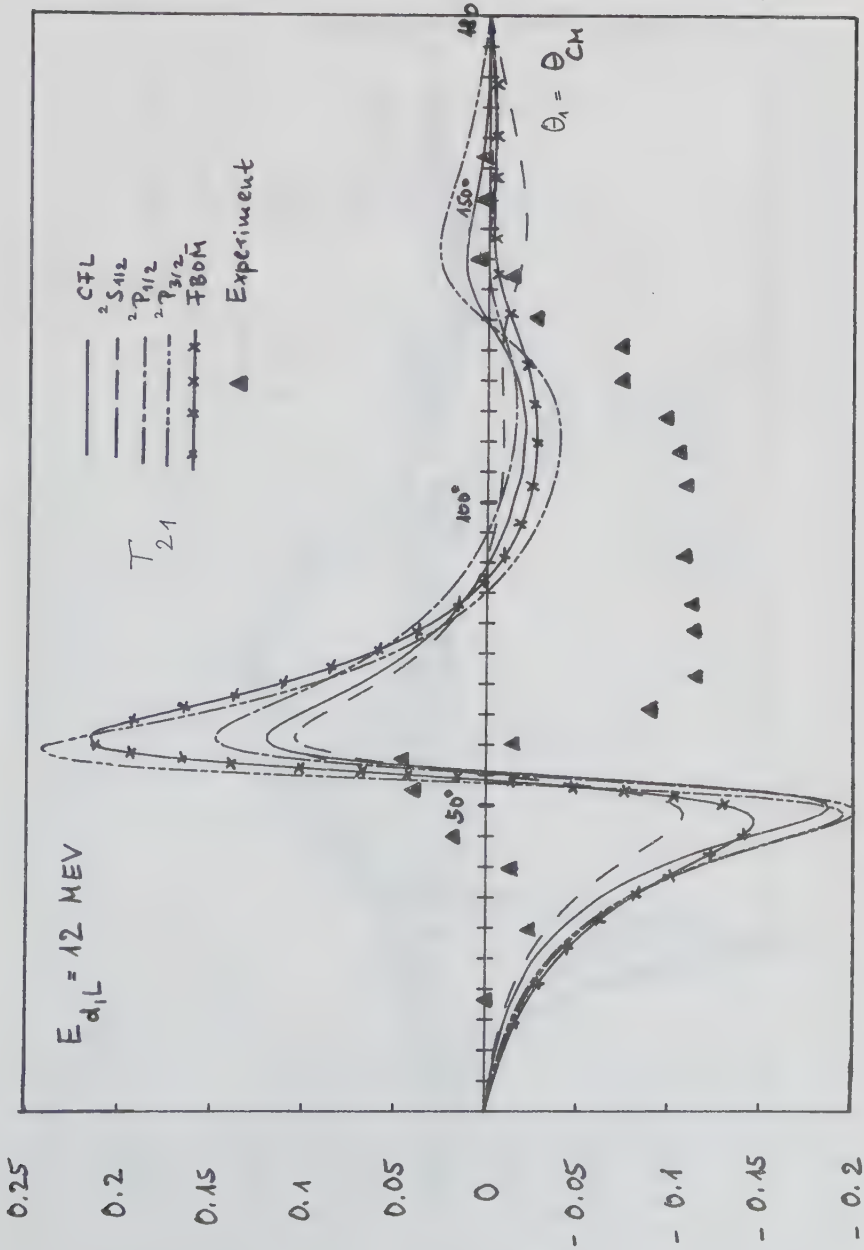


Bild 3.10

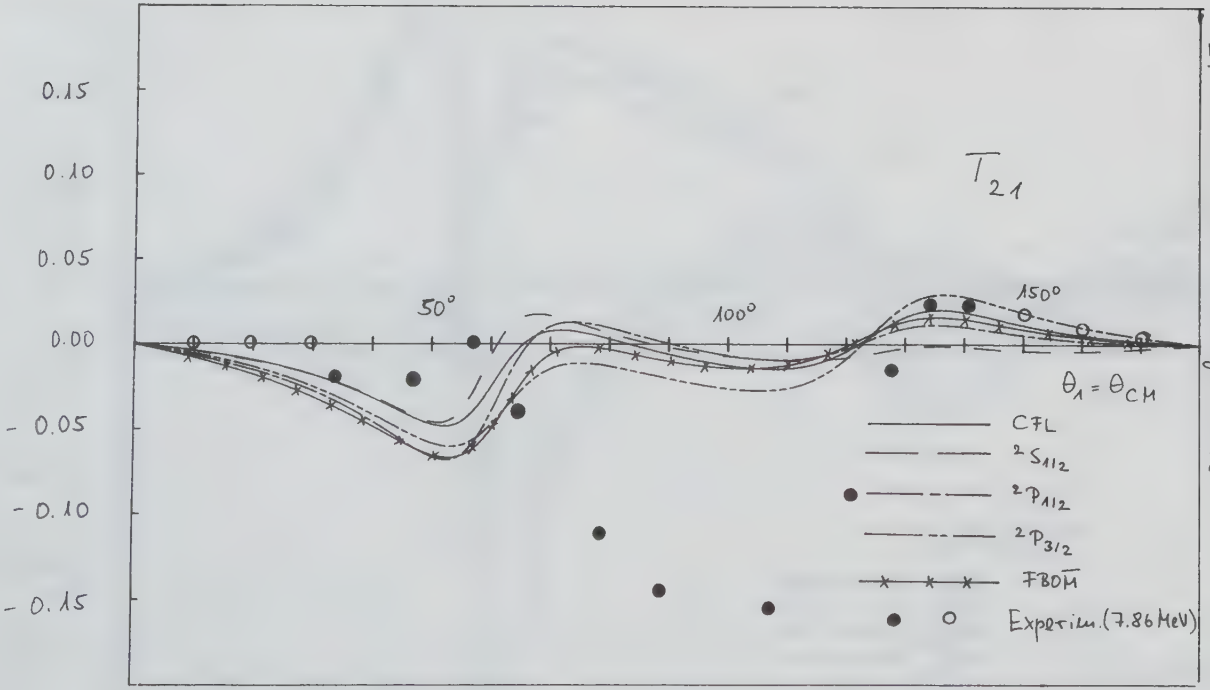

0.15
0.10
0.05
0.00
- 0.05
- 0.10
- 0.15
T_{21}
50°
100°
150°
$\theta_1 = \theta_{CM}$
CFL
$^2S_{1/2}$
$^2P_{1/2}$
$^2P_{3/2}$
FBOM
Experim. (7.86 MeV)
T_{21} Deuteron Tensor Analysierstärke

Bild 3.11

T_{22} Deuteron Tensor Analysierstärke

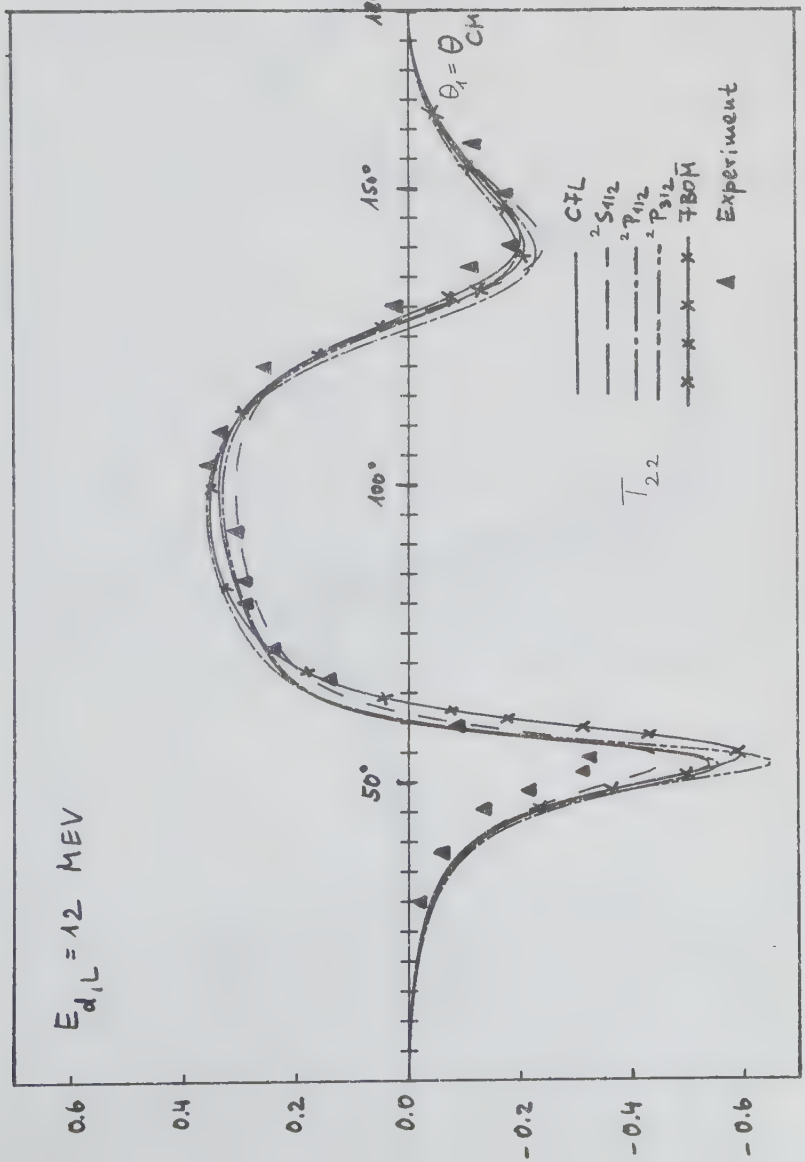


Bild 3.12

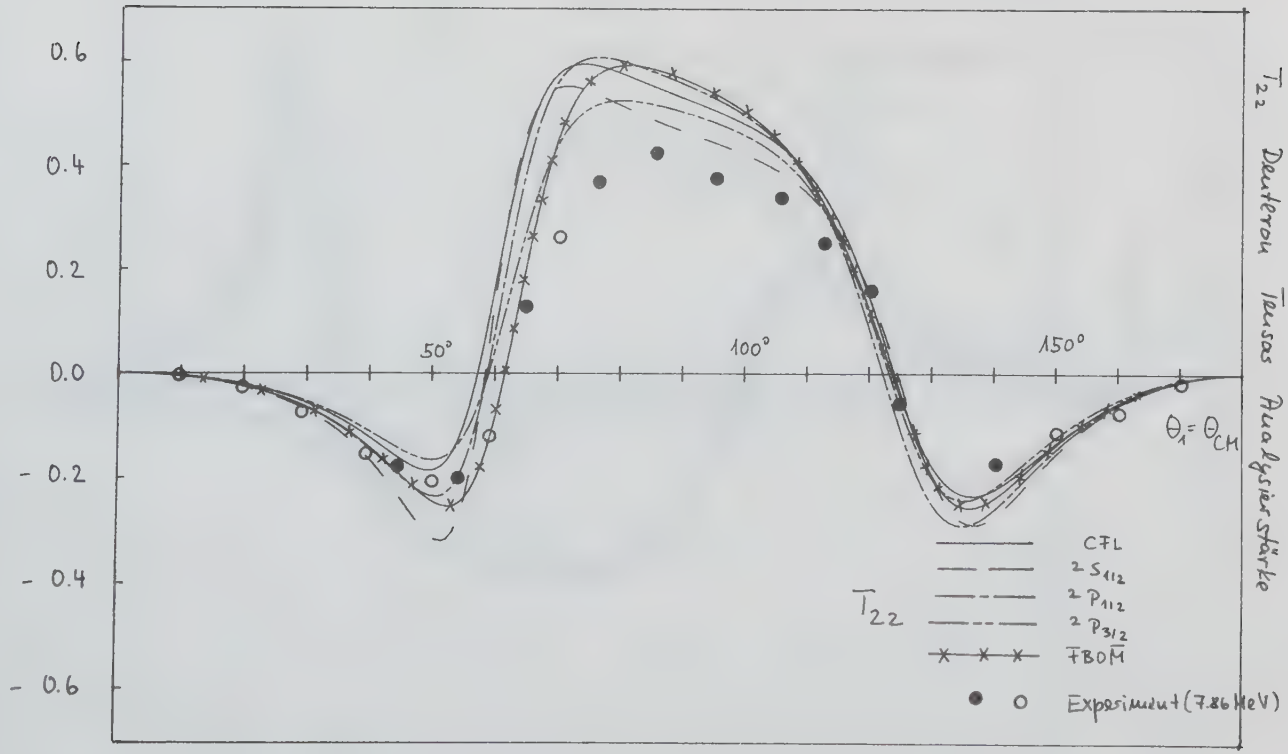

0.6
0.4
0.2
0.0
- 0.2
- 0.4
- 0.6
50°
100°
150°
$\theta_1 = \theta_{CM}$
T_{22}
CFL
$^2S_{1/2}$
$^2P_{1/2}$
$^2P_{3/2}$
FBOM
Experiment (7.86 MeV)
T_{22} Deuteron Tensor Analysierstärke

Bild 3.13

3.2 Eine Regelmäßigkeit in den off-shell Effekten

Trotz der Erfolge des Dreiclustermodells FBOM̄ ist diese Theorie sicher noch keine perfekte Beschreibung des Dreiteilchensystems ^{4}He -Deuteron. Wir haben zum Beispiel bisher keine Möglichkeit, hard-core Effekte der Nukleon-Nukleon Wechselwirkung zu berücksichtigen, verwenden für den ^{4}He Cluster nur den Oszillatorgrundzustand (48) usw..Wir gehen deshalb im folgenden auf eine Regelmäßigkeit in der vorliegenden off-shell Studie ein, vgl. Bild 3.2 bis 3.13, die einen konstruktiven Hinweis bei der Suche nach dem richtigen Nahbereichsverhalten der radialen Streuwellen für $^{2k+1}l_j = {}^2S_{1/2}$ geben kann. Wieder erweist sich der Rückwärtswinkelbereich $\theta_1 \gtrsim 140^o$ als besonders aufschlußreich; vergleicht man dort bei allen berechneten Observablen der elastischen Reaktion die Verschiebung der Kurven $^{2k+1}l_j$, vgl. Kap. 3.1, gegenüber den Kurven CFL, vgl. Kap. 3.1, so sind die Richtungen der Verschiebung bei allen Analysierstärken energieunabhängig. Nur im differentiellen Wirkungsquerschnitt wird diese Regel von der $^2P_{3/2}$ Substitution durchbrochen, die für 7.5 MeV unter CFL liegt, für 12 MeV darüber. Da die $^2P_{1/2}$ Substitution nur schwache off-shell Effekte zeigt, wollen wir uns auf die Regelmäßigkeiten der $^2S_{1/2}$ Substitution konzentrieren. Testrechnungen mit CFL und $^2S_{1/2}$ bei $E^{Labor}_{Deuteron} = 14$ MeV haben auch in diesem Fall die gleichen Relationen zwischen den Observablen von CFL und $^2S_{1/2}$ wie bei 12 und 7.5 MeV für $\theta_1 \gtrsim 140^o$ ergeben. Die Regel läßt sich in folgender Tabelle zum Ausdruck bringen:

$d\sigma^{elas}/d\Omega$	Anstieg im Rückwärtswinkelbereich
$i\,T_{11}$	Reduktion im "
T_{20}	Anstieg im "
T_{21}	Anstieg im "
T_{22}	Anstieg im "
$\langle T\,0\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,\vert\,\overline{X}\rangle$	Reduktion im Nahbereich

Testrechnungen bei 12 MeV mit einem Potential von Doleschall, vgl. (2.15) und Bild 2.13, fügen sich schön in obige Regelmäßigkeiten ein, vgl. Bild 3.14, 3.15, 3.16, 3.17, 3.18. Allerdings ist dieses Potential, das die stärkste Reduktion der radialen Streuwellen aufweist, etwas problematisch; sein Hochenergieverhalten, vgl. Bild 2.16, ist so extrem verschieden von dem von CFL, daß wir eine perfekte Phasenäquivalenz, vgl. Kap. 2.4, nicht garantieren können. Jedoch scheint der Rückwärtswinkelbereich der elastischen Observablen vor allem Information über den Nahbereich der $^2S_{1/2}$ Streuwellen "herauszufiltern".

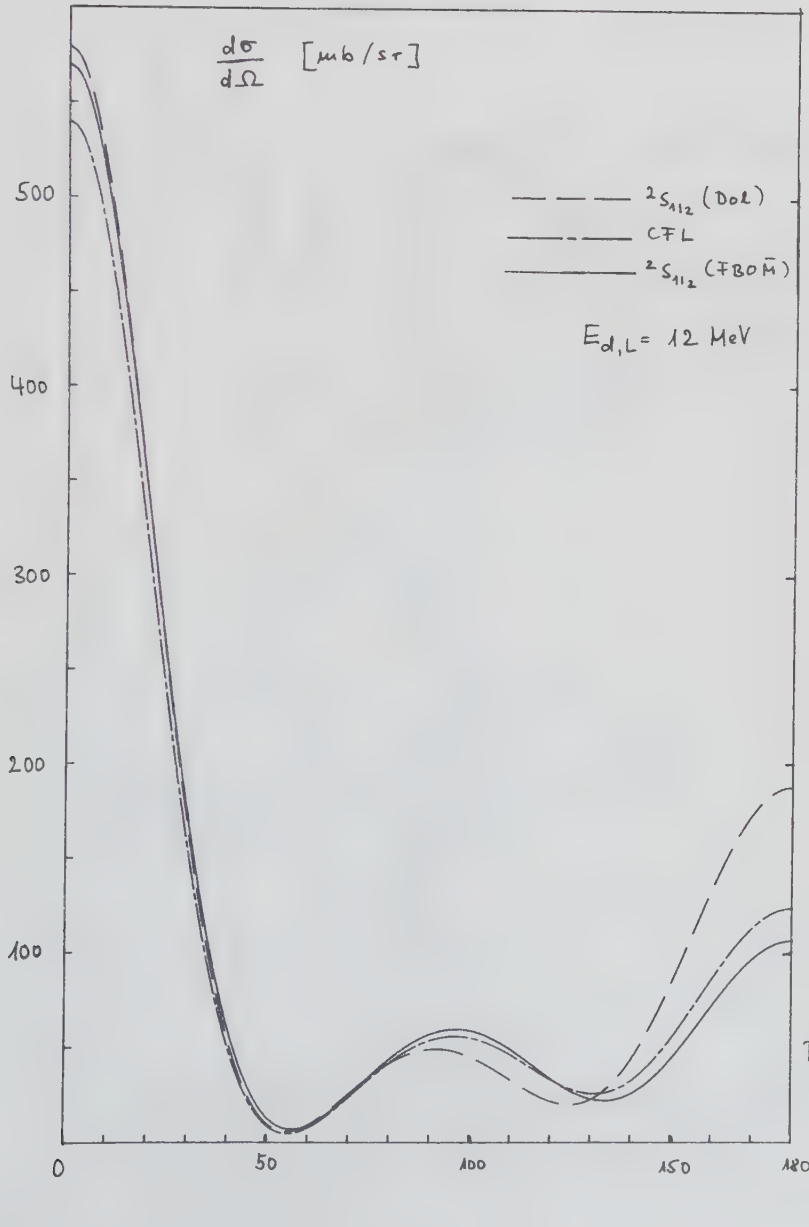

dσ/dΩ [μb/sr]
500
400
300
200
100
0
50
100
150
180
θCM
$^2S_{1/2}$ (DoL)
CFL
$^2S_{1/2}$ (FBOM)
$E_{d,L}$ = 12 MeV

Bild 3.14

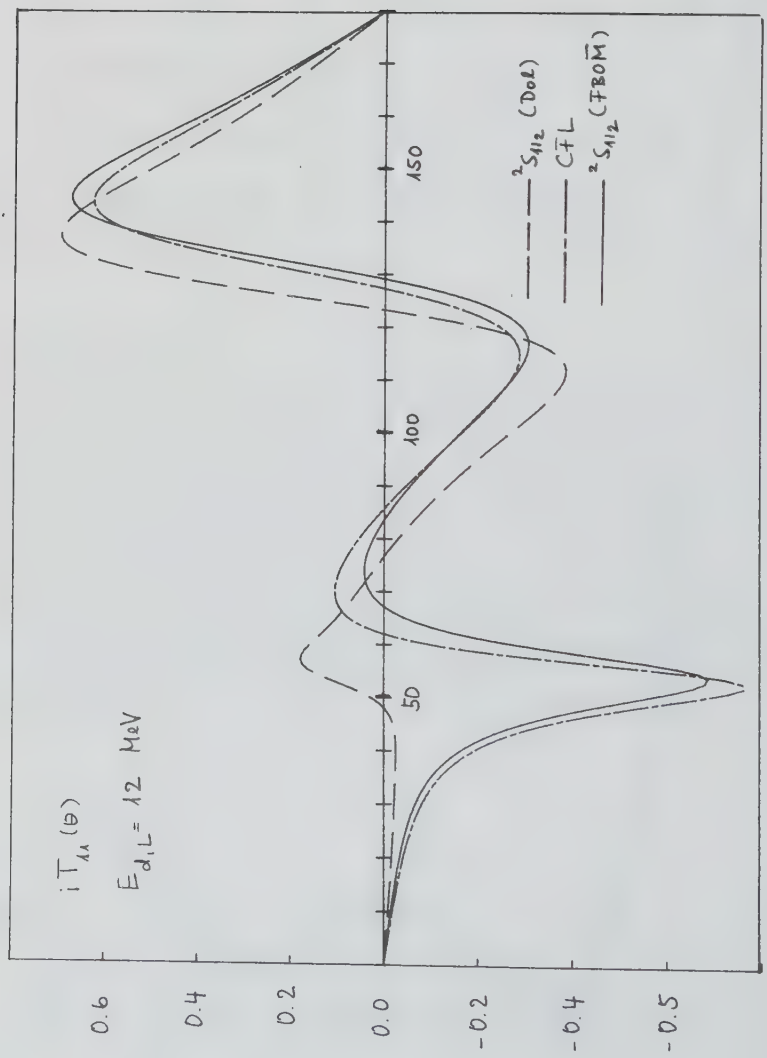

$iT_{11}(\theta)$
$E_{d,L} = 12$ MeV
0.6
0.4
0.2
0.0
-0.2
-0.4
-0.5
50
100
150
$^2S_{1/2}$ (DoL)
CTL
$^2S_{1/2}$ (FBOM)

Bild 3.15

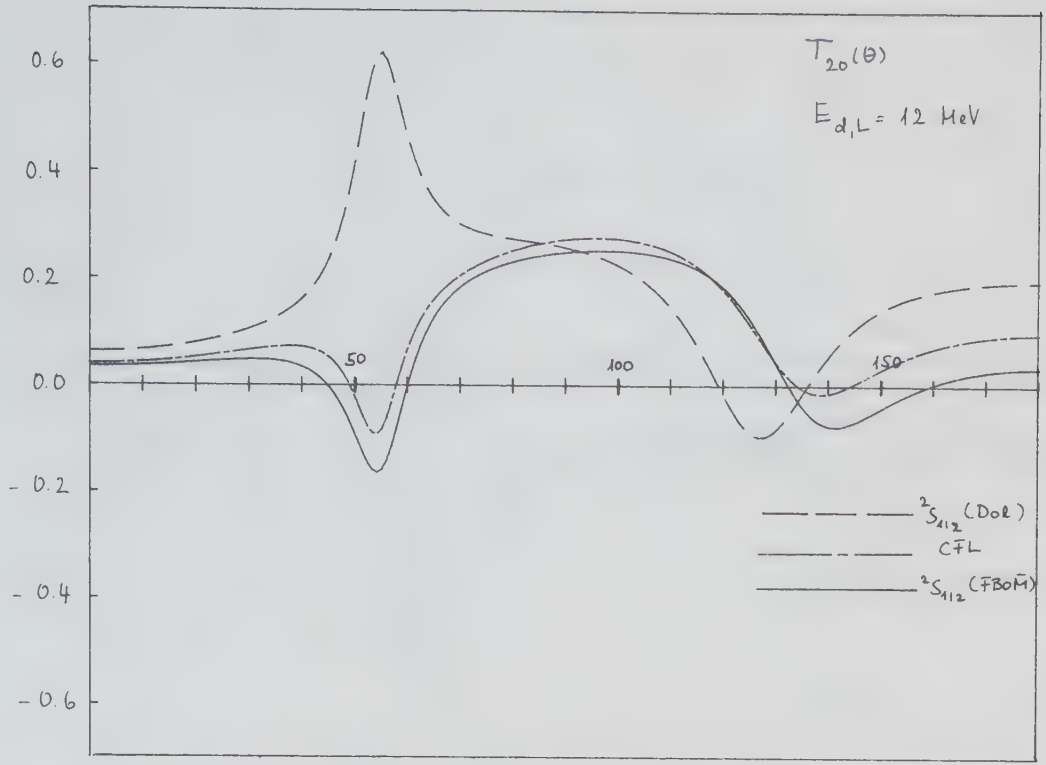

$T_{20}(\theta)$
$E_{d,L} = 12$ MeV
0.6
0.4
0.2
0.0
- 0.2
- 0.4
- 0.6
50
100
150
$^2S_{1/2}$ (Dol)
CFL
$^2S_{1/2}$ (FBoM)

Bild 3.16

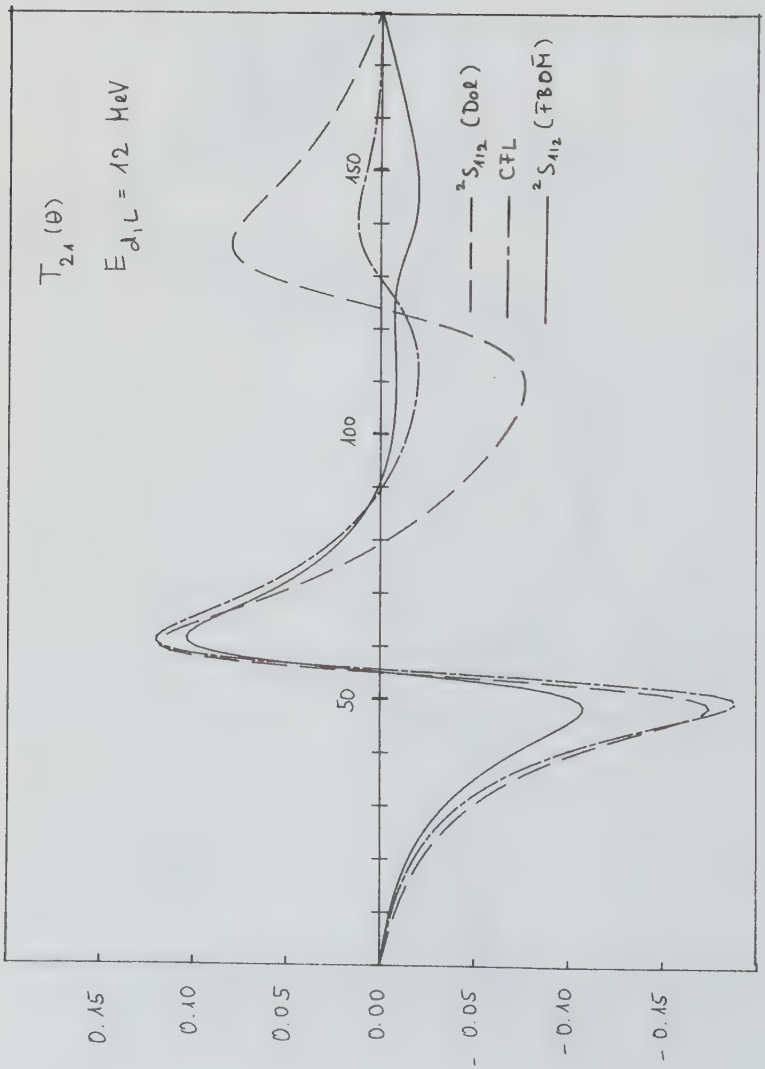

$T_{2,1}(\theta)$
$E_{d,L} = 12$ MeV
$^2S_{1/2}$ (Dol)
CFL
$^2S_{1/2}$ (FBOM)
0.15
0.10
0.05
0.00
- 0.05
- 0.10
- 0.15
50
100
150

Bild 3.17

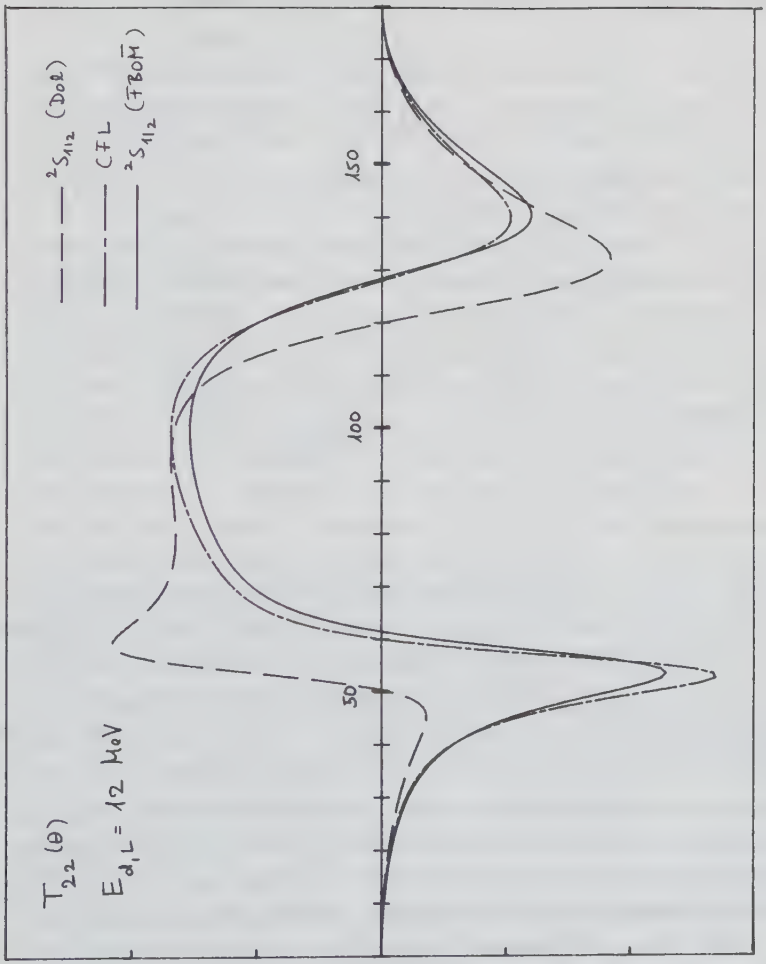


Bild 3.18

3.3 Off-shell-Effekte in den Wirkungsquerschnitten der Aufbruchsreaktion ^4He + Deuteron $\longrightarrow$ ^4He + Neutron + Proton

Betrachten wir zuerst die totalen Aufbruchsquerschnitte, vgl. (1.46), bei $E^{Labor}_{Deuteron} = 7.5$ und 12 MeV. (Wir verwenden in diesem Kapitel die gleiche Notation wie in Kap. 3.1.)

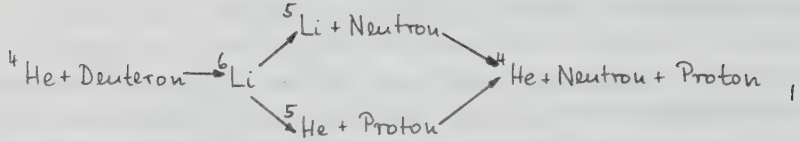
σ^{br} [mb]	bei 7.5 MeV	bei 12 MeV
CFL	367.1	534.5
$^2S_{1/2}$	369.9	533.7
$^2P_{1/2}$	369.9	529.9
$^2P_{3/2}$	373.0	536.0
FBOM	385.8	551.3
Experim.	280 ± 70	460 ± 50

Die off-shell-Effekte dieser Observablen liegen unter 5%, bezogen auf CFL, und sind damit geringer als die Unterschiede der entsprechenden totalen elastischen Wirkungsquerschnitte σ^{el}, vgl. (1.40), welche bis zu 9% betragen. Die relativ große Diskrepanz zum Experiment (50, 51) dürfte auf das Vernachlässigen der Coulombwechselwirkung zurückgehen.

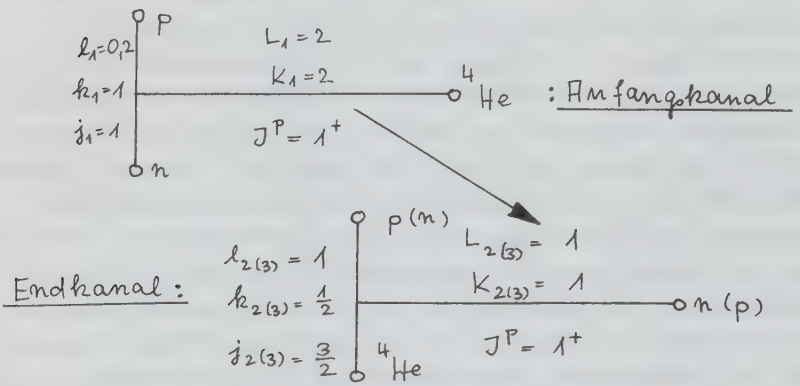
Betrachten wir Ausschnitte des differentiellen Wirkungsquerschnittes, vgl. (1.48), so finden wir sehr große off-shell-Unterschiede, vgl. Bild 3.19 bis 3.24. Da nur bei $E^{Labor}_{Deuteron} = 7.5$ MeV experimentelle Daten vorhanden sind (49) und nur für diese Energie numerische Tests vorgenommen werden konnten, vgl. Kap. 1.5, wurden vor allem diese Wirkungsquerschnitte dargestellt. Wir sehen, daß die Meßungenauigkeit wesentlich größer ist als im elastischen Fall und daß unsere Rechnungen den Verlauf der Daten nur qualitativ wiedergeben;

die analogen Rechnungen von Koike(10), der einen Teil der Coulombwechselwirkung approximativ berücksichtigt, reproduzieren ebenfalls die experimentellen Daten nur qualitativ. Die Pfeile geben die Positionen von ^{5}He Resonanzen(+) auf der Bogenlänge S an, vgl. Kap. 1.4. Der Streuvorgang, der diesen Positionen entspricht, ist so zu verstehen, daß am Ende der Dreiteilchenreaktion eine Zweiteilchenresonanz zwischen ^{4}He und einem Nukleon gebildet wird, die vom dritten Teilchen nicht mehr beeinflußt wird; diese sogenannte final state Resonanzen ^{5}He (da wir ohne Coulombkräfte rechnen) erzeugen in den Wirkungsquerschnitten Resonanzmaxima. Wir haben in Kap. 1.4 gezeigt, daß diese Maxima besonders off-shell sensitiv sein können und sehen den dort erläuterten "Vergrößerungseffekt" auf allen Bildern deutlich. Allgemein können wir sagen, daß die winkelabhängigen off-shell-Effekte des Aufbruchs bei unseren kinematischen Bedingungen viel stärker sind als im Fall der elastischen Reaktion. Wie dort zeigen die vorliegenden Rechnungen die große Bedeutung des Nahbereichs der radialen ^{4}He -Nukleon Streuwellen; die off-shell-Effekte, bezogen auf das jeweilige absolute Maximum der CFL Rechnungen, betragen bis zu 30% und übersteigen damit sogar die zur Zeit noch sehr großen Meßungenauigkeiten. Auffallend ist, daß die off-shell-Effekte bei der Energie $E^{Labor}_{Deuteron} = 7.5$ MeV für die untersuchten Winkel größer sind als bei 12 MeV. Vergleicht man die jeweilige CFL Kurve mit den Querschnitten, in denen einzelne Partialwellen aus FBOM substituiert wurden, so erzeugt bei der niedrigen Energie die $^2P_{3/2}$ Substitution deutlich die stärksten off-shell-Effekte. Dieses Ergebnis ist in Einklang mit einer Untersuchung von Koike(10), wonach die Dreiteilchenresonanz ^{6}Li mit $J^P = 1^+$, vgl. Kap. 1.2, für den Aufbruch bei 7.5 MeV eine dominierende Rolle spielt. Diese Resonanz wird nach Koike über einen Zerfallsprozeß aufgelöst:

(+) Anmerkung: Der Pfeil QFS in Bild 3.24 kennzeichnet einen sog. Quasi-free-peak, bei der kinematischen Bedingung $\vartheta^L_2 = 0$.



wobei asymptotisch folgende Drehimpuls-Übergänge, vgl. Kap. 1.2, dominieren:



Die räumlich "enge" Packung der drei Teilchen in der ^{6}Li , $J^P = 1^+$ Resonanz enthält die Drehimpulskonfiguration des Endkanals und sollte deshalb Nahbereichsveränderungen der $^2P_{3/2}$ Streuwelle im ^{4}He -Nukleon System besonders empfindlich registrieren und somit entsprechende off-shell-Effekte erzeugen, vgl. Bild 3.19 bis 3.24 . Obwohl nach Koike diese Resonanz über einen sehr großen Energiebereich $E^{Labor}_{Deuteron} \approx$ 6.5 bis 15 MeV wirksam sein sollte, ist ihr Einfluß bei 12 MeV in den vorliegenden Rechnungen bedeutend geringer.

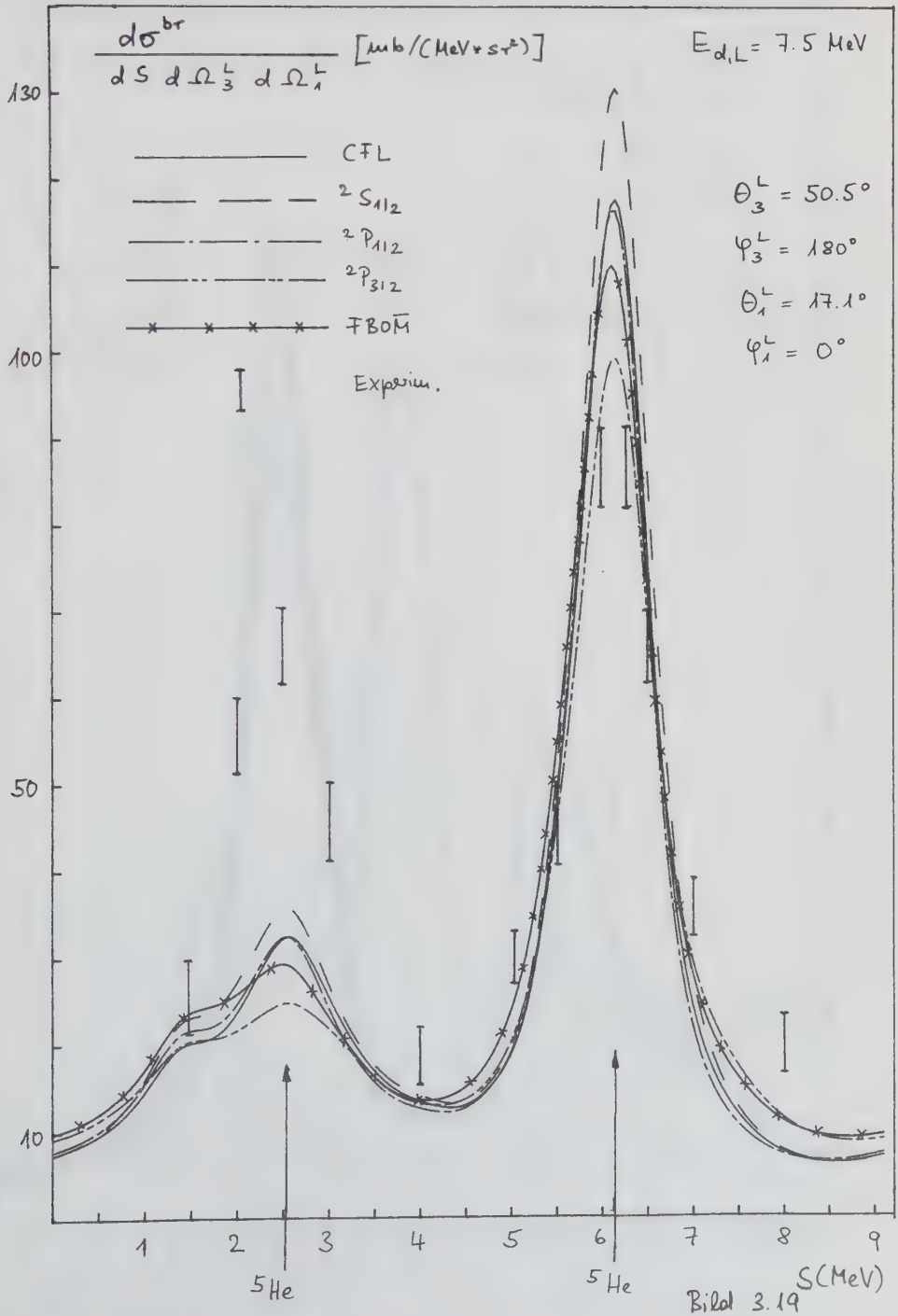

$\frac{d\sigma^{br}}{dS\, d\Omega_3^L\, d\Omega_1^L}$ [μb/(MeV·sr²)]
$E_{d,L}$ = 7.5 MeV
CFL
$^2S_{1/2}$
$^2P_{1/2}$
$^2P_{3/2}$
FBOM
Experim.
θ_3^L = 50.5°
φ_3^L = 180°
θ_1^L = 17.1°
φ_1^L = 0°
130
100
50
10
1
2
3
4
5
6
7
8
9
S(MeV)
^{5}He
^{5}He

Bild 3.19

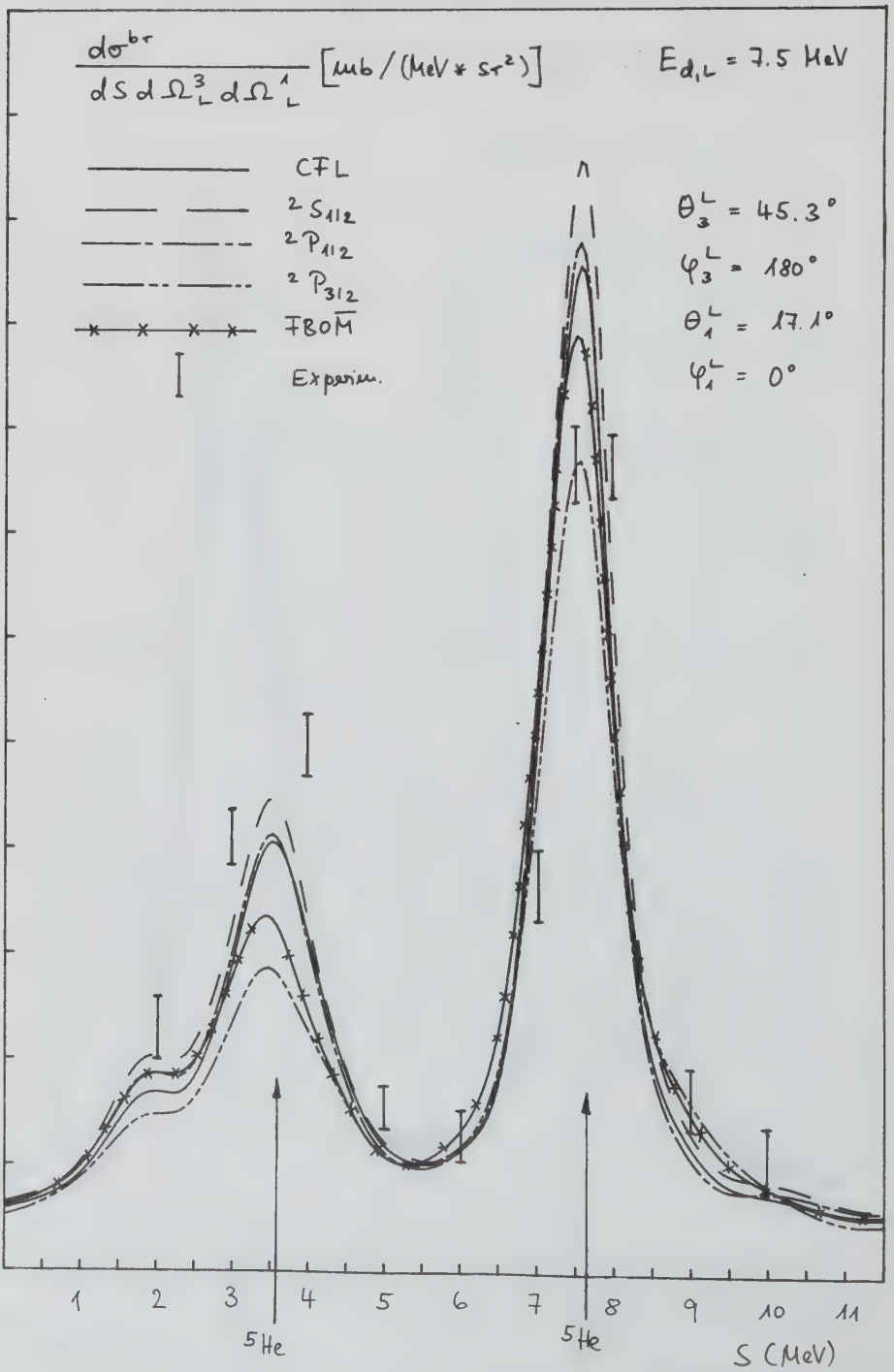

$\frac{d\sigma^{br}}{dS\,d\Omega_L^3\,d\Omega_L^1}$ [μb/(MeV * sr²)]
$E_{d,L}$ = 7.5 MeV
CFL
$^2S_{1/2}$
$^2P_{1/2}$
$^2P_{3/2}$
FBOM
Experim.
θ_3^L = 45.3°
φ_3^L = 180°
θ_1^L = 17.1°
φ_1^L = 0°
Λ
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
^{5}He
^{5}He
S (MeV)

Bild 3.20

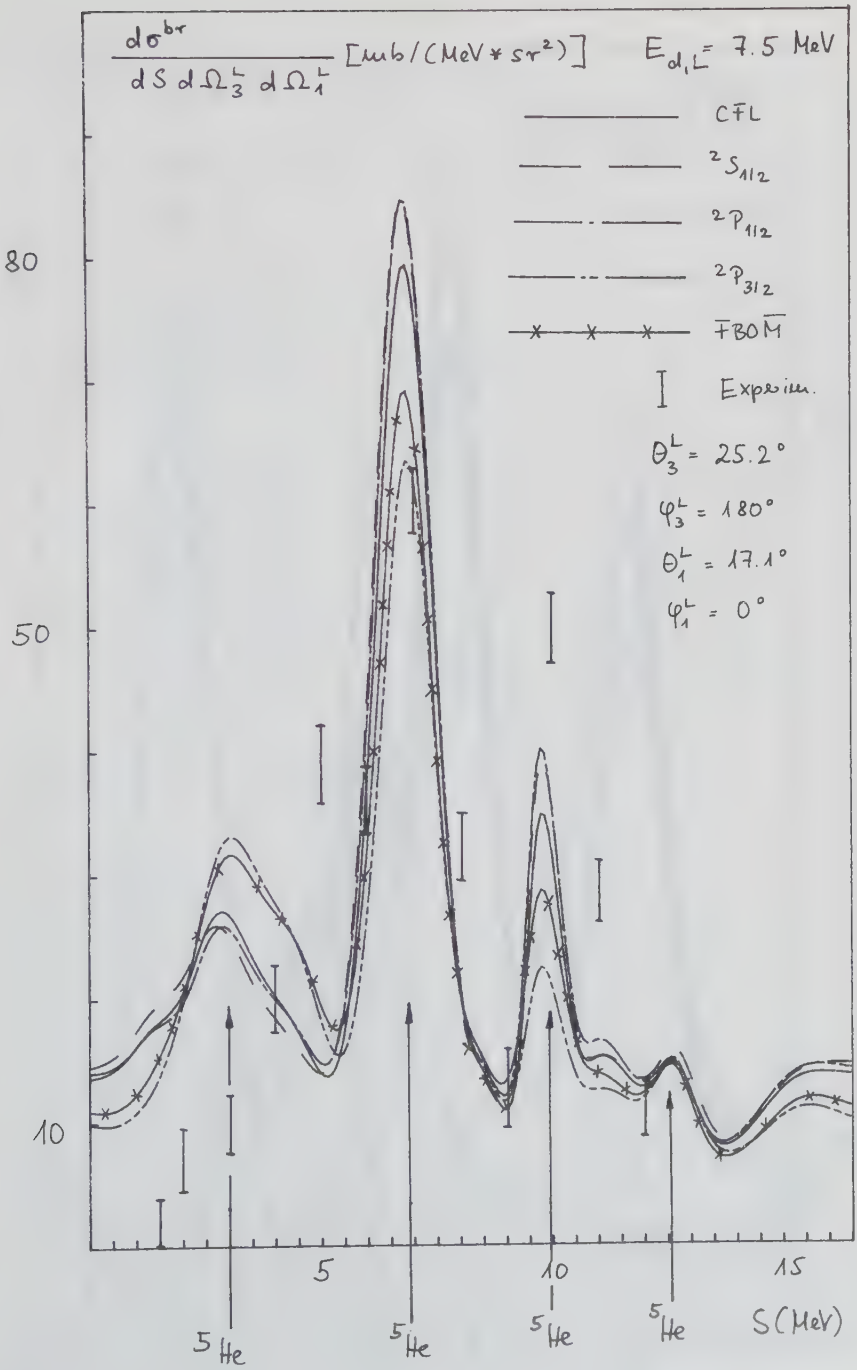

dσ^br / dS dΩ_3^L dΩ_1^L [mb/(MeV * sr²)]
E_d,L = 7.5 MeV
CFL
²S1/2
²P1/2
²P3/2
FBOM
Experim.
θ_3^L = 25.2°
φ_3^L = 180°
θ_1^L = 17.1°
φ_1^L = 0°
80
50
10
5
10
15
S(MeV)
5He
5He
5He
5He

Bild 3.21

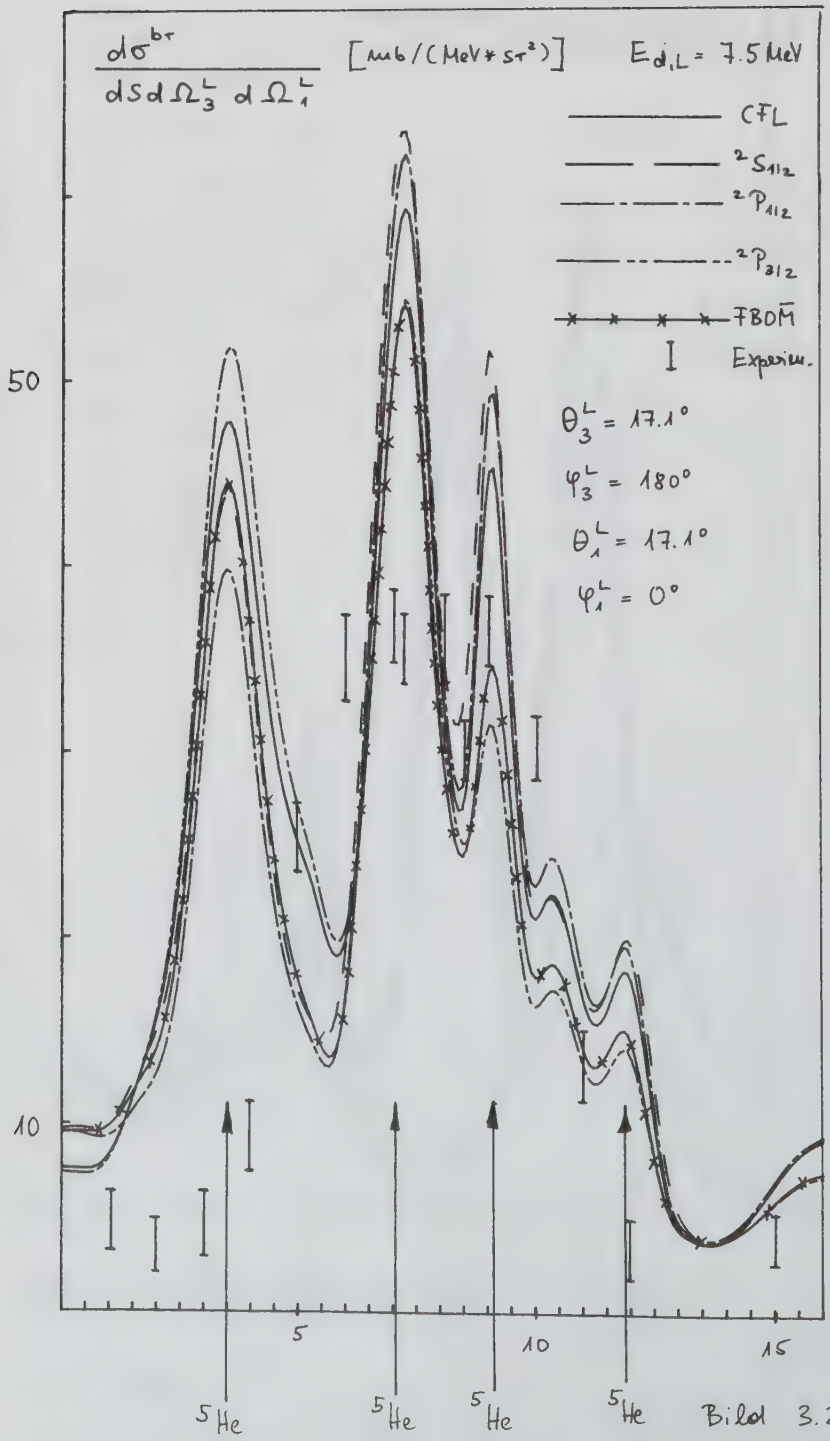

$\frac{d\sigma^{br}}{dS\,d\Omega_3^L\,d\Omega_1^L}$ [mb/(MeV·sr²)]
$E_{d,L}$ = 7.5 MeV
CFL
$^2S_{1/2}$
$^2P_{1/2}$
$^2P_{3/2}$
FBDM
Experim.
θ_3^L = 17.1°
φ_3^L = 180°
θ_1^L = 17.1°
φ_1^L = 0°
50
10
5
10
15
S(MeV)
^{5}He
^{5}He
^{5}He
^{5}He

Bild 3.22

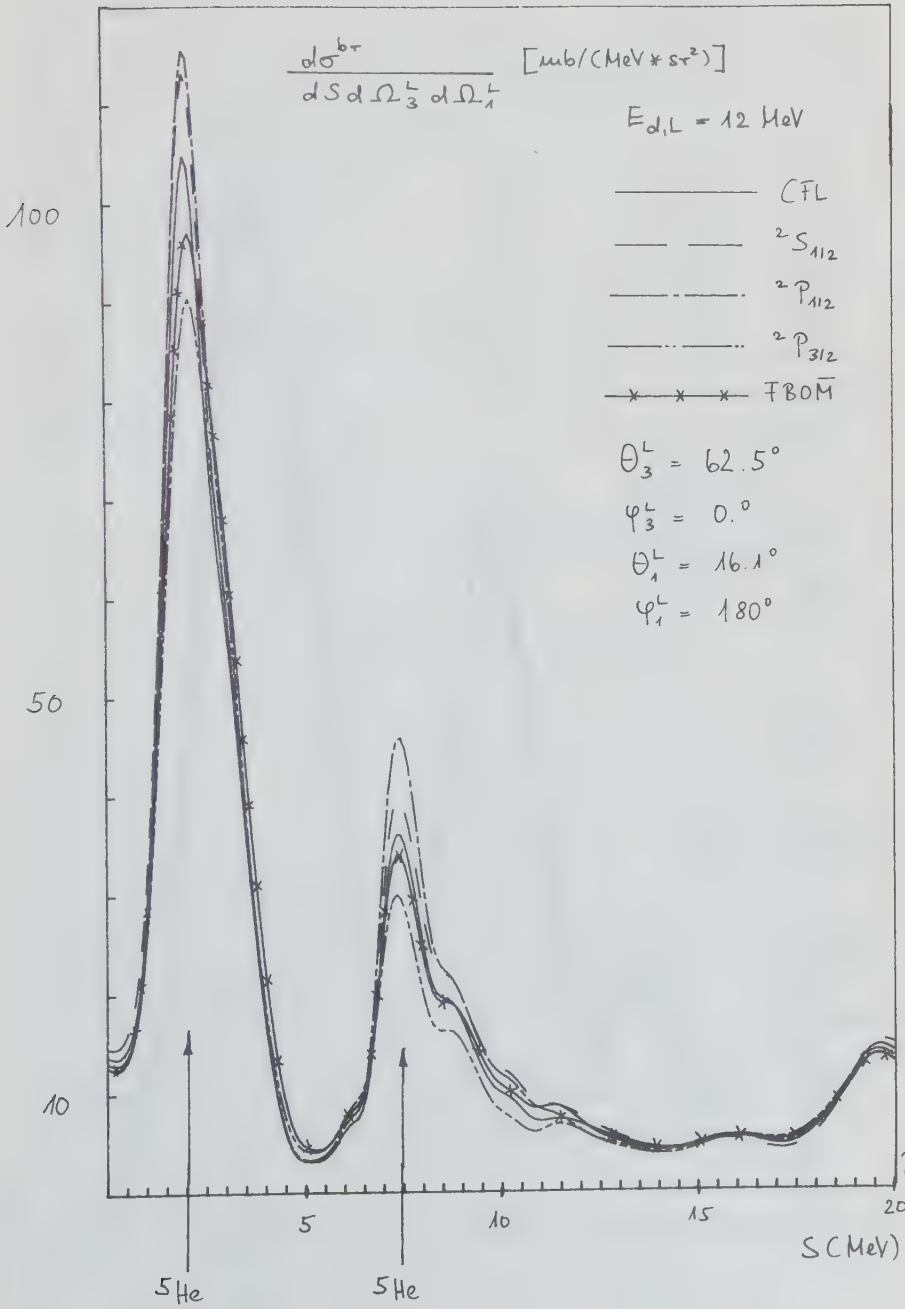

$\frac{d\sigma^{br}}{dS\,d\Omega_3^L\,d\Omega_1^L}$ [mb/(MeV * sr²)]
$E_{d,L}$ = 12 MeV
CFL
$^2S_{1/2}$
$^2P_{1/2}$
$^2P_{3/2}$
FBOM
Θ_3^L = 62.5°
φ_3^L = 0.°
Θ_1^L = 16.1°
φ_1^L = 180°
100
50
10
5
10
15
20
S(MeV)
^{5}He
^{5}He

Bild 3

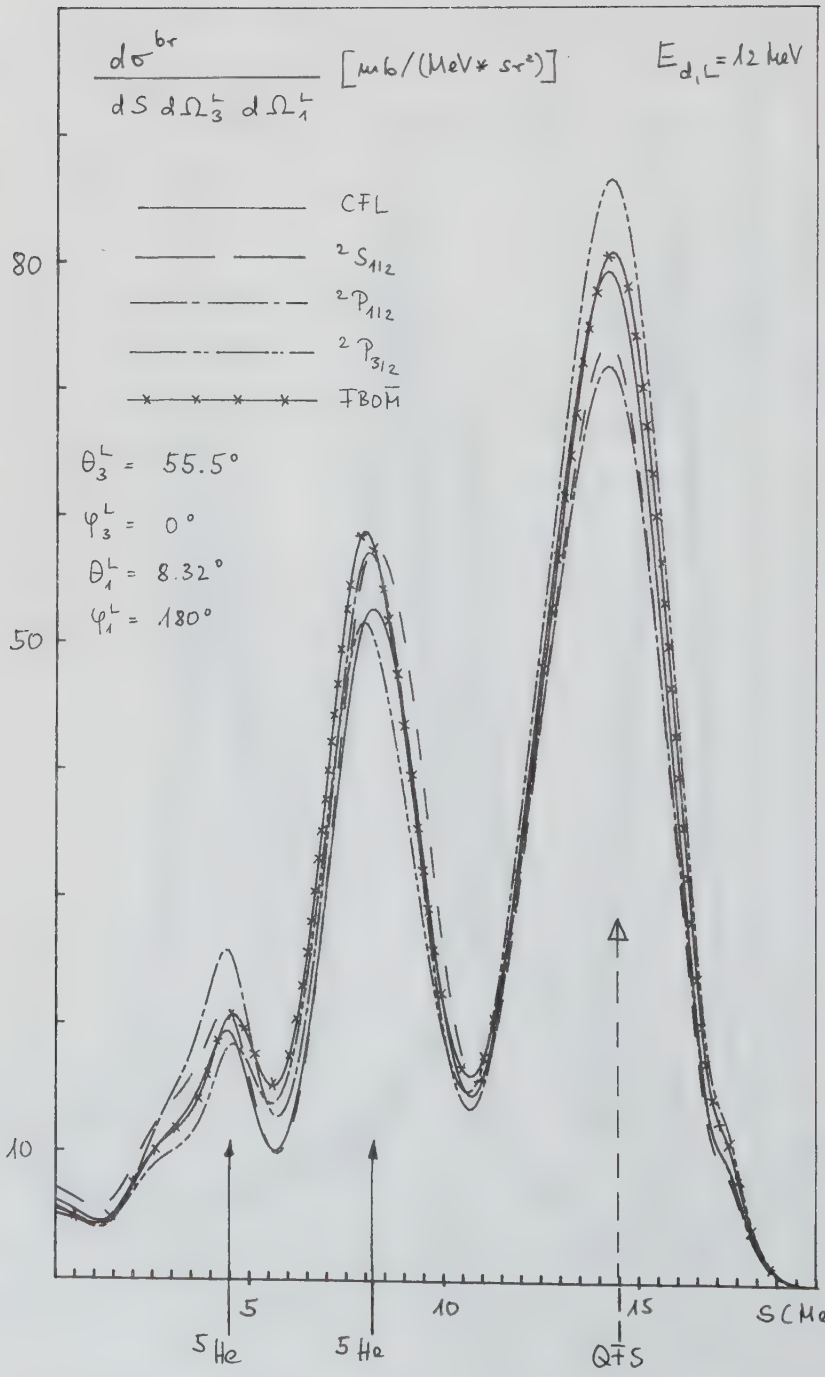

$\frac{d\sigma^{br}}{dS\, d\Omega_3^L\, d\Omega_1^L}$ [μb/(MeV * sr²)]
$E_{d,L}$ = 12 MeV
CFL
$^2S_{1/2}$
$^2P_{1/2}$
$^2P_{3/2}$
FBOM
θ_3^L = 55.5°
φ_3^L = 0°
θ_1^L = 8.32°
φ_1^L = 180°
80
50
10
5
10
15
S(MeV)
5He
5He
Q-S

Bild 3.

3.4 Zusammenfassung

Wir haben in der vorliegenden Arbeit das System ^{4}He -Neutron-Proton untersucht. Ausgehend vom mikroskopischen Dreiclustermodell der Resonating Group Methode wird der Hamiltonoperator des optischen Fischgrätenmodells für die drei Clusterzentren definiert, der Auswirkungen vom Pauli-Prinzip des gesamten Sechsnukleonensystems enthält. Neben diesem mikroskopisch begründeten Hamiltonoperator wird noch ein zweiter, rein phänomenologisch definierter Hamiltonoperator verwendet, der nur durch die Phasenverschiebungen der Systeme Neutron-Proton und ^{4}He -Nukleon festgelegt ist. Beide Hamiltonoperatoren sind phasenäquivalent in den Subsystemen, d.h. die Streuwellen der Subsysteme unterscheiden sich nur im Nahbereich. Ein Vergleich der Dreiteilchenstreuobservablen beider Ansätze bei den Einschußenergieen $E^{Labor}_{Deuteron}$=7.5 und 12 MeV zeigt überraschend starke off-shell Effekte im System ^{4}He -Neutron-Proton, deren Größenordnung sowohl im elastischen wie im Aufbruchsfall weit über die der experimentellen Meßungenauigkeit hinausgeht. Das bedeutet daß in unserem System der Nahbereich der Subsystemstreuwellen und damit die Art der Reaktion des Sechsnukleonenproblems auf ein Dreikörperproblem eine wichtige Rolle spielen. Darüber hinaus können wir im Fall der elastischen Reaktion ^{4}He +Deuteron $\longrightarrow$ ^{4}He +Deuteron für den differentiellen Wirkungsquerschnitt und für die sphärischen Analysierstärken in Winkelbereichen wo die vernachlässigte Coulombwechselwirkung nur geringen Einfluß haben sollte, nachweisen, daß der mikroskopisch begründete Hamiltonoperator zu Ergebnissen führt, die realistischer sind als im Falle des phänomenologischen Modells. Damit bestätigt die vorliegende Untersuchung das optische Fischgrätenmodell als eine Möglichkeit die Nukleon-Nukleon Wechselwirkungen, die Clusterstruktur und die Wirkung des Pauli-Prinzips im Sechsnukleonensystem ^{4}He -Neutron-Proton in einem Dreiteilchenmodell adäquat einzubauen.

Anhang 1:

In (21) sind die Übergangsmatrixelemente in Wellenvektordarstellung angegeben. Wir geben deshalb den Zusammenhang zwischen $|\vec{q}_i\rangle$ und den normierten Eigenzuständen $|\vec{w}_i^{\,J}\rangle$ des Wellenvektors $\vec{w}_i^{\,J} = \vec{q}_i^{\,J}/\hbar$, vgl. (1.3) und (1.22a), an

$$|\vec{q}_i\rangle = \left(\frac{2M_i}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{4}} |\vec{w}_i^{\,J}\rangle$$

, wobei $\langle \vec{w}_i^{\,J} | \vec{w}_i^{\,J'} \rangle = \delta(\vec{w}_i^{\,J} - \vec{w}_i^{\,J'})$
, vgl. (1.3a), und $M_i = m_i(m_j + m_k)/(m_i + m_j + m_k)$.

Der für den Aufbruchsquerschnitt notwendige Zusammenhang zwischen $|\vec{p}_i\rangle$ und den normierten Eigenzuständen $|\vec{\omega}_i^{\,J}\rangle$ des Wellenvektors $\vec{\omega}_i^{\,J} = \vec{p}_i^{\,J}/\hbar$ ist

$$|\vec{p}_i\rangle = \left(\frac{2\mu_i}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{4}} |\vec{\omega}_i^{\,J}\rangle$$

, wobei $\langle \vec{\omega}_i^{\,J} | \vec{\omega}_i^{\,J'} \rangle = \delta(\vec{\omega}_i^{\,J} - \vec{\omega}_i^{\,J'})$
und $\mu_i = m_j m_k/(m_j + m_k)$.

In beiden Fällen ist $i,j \in \{1,2,3\}$, wobei alle drei Indizes voneinander verschieden sind.

Anhang 2:

Im folgenden definieren wir die separablen Potentiale $v^{sep}_{N_k^{\ell_k k_k j_k}}$, vgl. Kap.2.4, die wir in den Faddeev-Streurechnungen verwenden. Im Ortsraum gilt für $k = 2, 3$

$$\langle \tau_k \ell_k k_k j_k | v^{sep}_{N_k^{\ell_k k_k j_k}} | \tau_k' \ell_k k_k j_k \rangle = \sum_{i,j=1}^{N_k^{\ell_k k_k j_k}} \sum_{n_i=1}^{R_i} \sum_{n_j=1}^{R_j} \alpha_{n_i}^{\ell_k k_k j_k} \left(y_{n_i}^{\ell_k}(\tau_k, \tau_0)/\tau_k \right) \Lambda_{ij}^{\ell_k k_k j_k} \alpha_{n_j}^{\ell_k k_k j_k} \left(y_{n_j}^{\ell_k}(\tau_k', \tau_0)/\tau_k' \right).$$

Dabei ist

$$y_{n_i}^{\ell_k}(\tau_k, \tau_0) = \sqrt{\frac{2^{n_i+\ell_k+1}(n_i-1)!}{(2n_i+2\ell_k-1)!!\sqrt{\pi}\,\tau_0^3}} \frac{\tau_k^{\ell_k+1}}{\tau_0^{\ell_k}} L_{n_i-1}^{\ell_k+\frac{1}{2}}\left(\frac{\tau_k^2}{\tau_0^2}\right) e^{-\frac{\tau_k^2}{2\tau_0^2}},$$

mit den Laguerre Polynomen

$$L_{n_i-1}^{\ell_k+\frac{1}{2}}(x) = \sum_{\beta=0}^{n_i-1} \frac{\Gamma(n_i+\ell_k+\frac{1}{2})}{\Gamma(\beta+\ell_k+\frac{1}{2})} \frac{(-x)^\beta}{\beta!(n_i-1-\beta)!}$$

, vgl.(40). Die radialen Oszillatorfunktionen $y_{n_i}^{\ell_k}(\tau_k, \tau_0)/\tau_k$ sind Eigenfunktionen des partialwellenzerlegten Normkern-operators $\lfloor\!\frac{}{4a}$ oder $\lfloor\!\frac{}{7a}$, vgl. Kap. 2.1, und deshalb gilt $\frac{1}{\tau_0^2} = \frac{4}{5}a = \frac{4}{5}\cdot 0{,}55\,fm^{-2}$. Wie in Kap. 2.4 begründet wurde, genügt in den Partialwellen $^2S_{1/2}, ^2P_{1/2}, ^2P_{3/2}$ der Rang $N_k^{0\frac{1}{2}\frac{1}{2}} = 3$, $N_k^{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}} = N_k^{1\frac{1}{2}\frac{3}{2}} = 2$, mit den in Kap.2.4 angegebenen Interpolationsenergien. In den folgenden Tabellen findet man die Kopplungskonstanten $\Lambda_{ij}^{\ell_k k_k j_k}$, die Entwicklungskoeffizienten $\alpha_{n_i}^{\ell_k k_k j_k}$, sowie die Interpolationsenergien.

j \ i	1	2	3
1	483.2744	-0.4650	-0.0389
2	-0.4650	-18.2855	0.4562
3	-0.0389	0.4562	9.1932

$\Lambda_{ij}^{0\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}}$

j \ i	1	2
1	-18.3947	-3.3111
2	-3.3111	-4.0157

$\Lambda_{ij}^{1\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}}$

j \ i	1	2
1	-30.0542	-5.0052
2	-5.0052	-8.0470

$\Lambda_{ij}^{1\,\frac{1}{2}\,\frac{3}{2}}$

$0\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ α_{n_1}	$0\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ α_{n_2}	$0\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ α_{n_3}
-0.9996	0.0252	-0.0055
0.0289	0.8734	-0.1894
	0.4663	0.3578
	0.0472	0.7742
	-0.0634	0.4279
	-0.0839	0.1625
	-0.0628	-0.0078
	-0.0335	-0.0838
	-0.0098	-0.0972
	0.0050	-0.0800
	0.0117	-0.0518
	0.0129	-0.0248
	0.0111	-0.0046
	0.0079	0.0083
	0.0046	0.0148
	0.0018	0.0163
	-0.0002	0.0146
	-0.0014	0.0113
	-0.0021	0.0078
	-0.0023	0.0045

$1\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ α_{n_1}	$1\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ α_{n_2}	$1\frac{1}{2}\frac{3}{2}$ α_{n_1}	$1\frac{1}{2}\frac{3}{2}$ α_{n_2}
0.7901	-0.3729	0.9023	-0.2688
-0.0513	0.6493	0.3732	0.6874
-0.2728	-0.0563	0.0862	0.4880
-0.3682	-0.2388	-0.0959	0.3844
-0.3012	-0.3610	-0.1257	0.1488
-0.1852	-0.3361	-0.0893	-0.0210
-0.0759	-0.2414	-0.0372	-0.1065
0.0054	-0.1296	0.0050	-0.1238
0.0554	-0.0308	0.0294	-0.0991
0.0793	0.0414	0.0373	-0.0578
0.0844	0.0859	0.0336	-0.0169
0.0780	0.1066	0.0237	0.0145
0.0658	0.1093	0.0121	0.0333
0.0515	0.1006	0.0016	0.0401
0.0377	0.0855	-0.0059	0.0379
0.0257	0.0681	-0.0105	0.0299
0.0161	0.0507	-0.0121	0.0195
0.0088	0.0351	-0.0114	0.0087
0.0033	0.0221	-0.0091	-0.0006
-0.0006	0.0119	-0.0060	-0.0077

Interpolationsenergieen (MeV)	Partialwelle
500,5,30	$^2S_{1/2}$
10,20	$^2P_{1/2}$
0.96,20	$^2P_{3/2}$

Da wir die Faddeev Rechnungen im Lovelace Impulsraum durchführen, vgl. Kap. 1.1, wollen wir noch die Fouriertransformierten Potentiale angeben:

$$\langle p_k \ell_k s_k j_k | v^{sep}_{N_k^{\ell_k s_k j_k}} | p_k' \ell_k s_k j_k \rangle = \left(\frac{8m_N}{5t_1^2}\right)^{\frac{3}{2}} \sum_{i,j=1}^{N_k^{\ell_k s_k j_k}} \sum_{n_i=1}^{R_i} \sum_{n_j=1}^{R_j}$$

$$\alpha_{n_i}^{\ell_k s_k j_k} (-1)^{n_i-1} y_{n_i}^{\ell_k}\left(p_k \left(\frac{8m_N}{5t_1^2}\right)^{\frac{1}{2}}, \frac{1}{\tau_0}\right) \Delta_{ij}^{\ell_k s_k j_k}$$

$$\alpha_{n_j}^{\ell_k s_k j_k} (-1)^{n_j-1} y_{n_j}^{\ell_k}\left(p_k' \left(\frac{8m_N}{5t_1^2}\right)^{\frac{1}{2}}, \frac{1}{\tau_0}\right) \frac{1}{p_k p_k' (8m_N/5t_1^2)}$$

, wobei m_N = Nukleonenmasse. Bei allen Rechnungen wurde $t_1^2/(2m_N) = 21.7213$ [MeV * fm^2] verwendet, also $m_N = m_{Neutron}$.

Literatur:

(1) L.D.Faddeev,Mathematical Aspects of the Three-Body-Problem in the Quantum Scattering Theory,Israel Program for Scientific Translations,Jerusalem,1965.

(2) J.S.Levinger,The Two and Three-Body-Problem,Springer Tracts in Modern Physics,Springer-Verlag,1974.

(3) W.Kluge,Die Aufbruchsreaktionen pd⟶ppn und dd⟶dpn ,Fortschr.d.Phys.22,691,1974.

(4) D.D.Brayshaw,Phys.Rev.Lett.32,382,1974.

(5) F.Sperisen,W.Grüebler et al.,and P.Doleschall,Evidence for N-N off shell effects in the polarization transfer coefficients of p-d elastic scattering,preprint,1981.

(6) L.P.Kok,Nucl.Phys.A353,171c,1981.

(7) P.E.Shanley,Phys.Rev.187,1328,1974.

(8) B.Charnomordic,C.Fayard and G.H.Lamot,Phys.Rev.C15/3 ,864,1977.

(9) Y.Koike,Prog.of Theor.Phys.59/1,87,1978.

(10) Y.Koike,Nucl.Phys.A301,411,1978.

(11) Y.Koike,Nucl.Phys.A337,23,1980.

(12) E.W.Schmid,Z.Phys.A302,311,1981.

(13) E.W.Schmid,Z.Phys.A297,105,1980.

(14) E.W.Schmid,and H.Ziegelmann,The Quantum Mechanical Three-Body-Problem,Vieweg Tracts in Pure and Applied Physics ,Vieweg & Sons,1974.

(15) E.F.Redish,Lectures in the Quantum Three-Body-Problem ,University of Maryland,Department of Physics and Astronomy, 1977.

(16) A.W.Thomas,Modern Three-Hadron Physics,Topics in Current Physics,Springer-Verlag,1977.

(17) P.Doleschall,Nucl.Phys.A201,264,1973.

(18) P.Doleschall,Numerical Solution of the Faddeev Equations, TLU 58,Tandem Accelerator Laboratory Uppsala,1978.

(19) A.Messiah,Quantum Mechanics,vol.2,1972.

(20) J.R.Taylor,Scattering Theory,Chapt.2,Jon Wiley & Sons, 1972.

(21) C.J.Joachain,Quantum Collision Theory,Chapt.15,North-Holland Publishing Company,1975.

(22) H.H.Barshall,and W.Haeberli,Polarization Phenomena in Nuclear Reactions,University of Wisconsin Press,Madison,1971.

(23) K.Prescher,and al.,Nucl.Phys.A286,142,1977.

(24) P.Doleschall,J.C.Aarons,I.H.Sloan,Phys.Lett.vol.40 B, 605,1972.

(25) H.Guratzsch,B.Kühn,and K.Hahn,Ann.d.Phys.,Band 39,195, 1982.

(26) C.Fayard,private Mitteilung.

(27) I.Kôersner,private Mitteilung.

(28) H.Seichter,Effektive Dreikörperwechselwirkungen in zusammengesetzten Systemen,Dissertation,Universität Tübingen ,1979.

(29) R.A.Arndt,and L.D.Roper,Phys.Rev.C,vol.1,903,1970.

(30) K.Wildermuth,and Y.C.Tang,A unified Theory of the Nucleus,Vieweg & Sohn,1977.

(31) I.Reichstein,and Y.C.Tang,Nucl.Phys.A299,241,1981.

(32) H.Friedrich,Phys.Rep.74,210,1981.

(33) R.Kircher,and E.W.Schmid,Z.Phys.A299,241,1981.

(34) H.Horiuchi,Suppl.Prog.Theor.Phys.62,90,1977.

(35) G.Spitz,K.Hahn,and E.W.Schmid,Z.Phys.A303,209,1981.

(36) E.W.Schmid,M.Orlowsky,and Bao Cheng Guang,Z.Phys.A308, 237,1982.

(37) G.R.Satchler,L.W.Owen,A.J.Elwyn,G.L.Morgan,and R.L.Walter ,Nucl.Phys.A112,1,1968.

(38) R.Kircher,Pauli-Korrekte Separable Potentiale Für Wechselwirkungen Zusammengesetzter Teilchen,Dissertation, Universität Tübingen,1981.

(39) P.Doleschall,Nucl.Phys.A220,491,1974.

(40) N.N.Lebedev,Spezielle Funktionen und ihre Anwendung, Chapt.4.17,B.I. Wissenschaftsverlag,Zürich 1973.

(41) P.Schwartz,H.O.Klages,P.Doll,B.Haesner,J.Wilczynski, B.Zeitnitz,and J.Kecskemeti,Elastic Neutron-Deuteron Scattering in the Energy-Range from 2.5 to 30 MeV,submitted to Nucl.Phys.A,1982.

(42) W.Tornow,and al.,Phys.Rev.Lett.,vol.49/5,312,1982.

(43) W.Tornow,and al.,preprint,1982.

(44) W.Grüebler,and al.,Nucl.Phys.A 331,61,1979.

(45) L.Stewart,J.E.Brolley,Jr.and L.Rosen,Phys.Rev.128/2, 707,1962.

(46) L.S.Senhouse,Jr.and T.A.Tombrello,Nucl.Phys.A 57, 624,1964.

(47) P.A.Schmelzbach,W.Grüebler,V.König,and P.Marmier, Nucl.Phys.A 184,193,1972.

(48) H.Kanada,T.Kaneko,S.Nagata,and M.Nomoto,Prog.Theor. Phys. 61/5,1327,1979.

(49) I.Kôersner,L.Glantz,A.Johansson,B.Sunquist,H.Nakamura, and H.Noya,Nucl.Phys.A 286,431,1977.

(50) S.Graubmann,and al.,Nucl.Phys.A 325,72,1979.

(51) T.Kambara,and al.,Jour.Phys.Soc.Jap. 44,704,1978.

Danksagung:
Als erstes habe ich Herrn Prof.Dr.E.W.Schmid zu danken; für den Vorschlag diesen Themenkreis zu bearbeiten,für zahlreiche wertvolle Ratschläge und klärende Gespräche, und für sein aufrichtiges und hoffentlich erfolgreiches Bemühen mich in die Praktik der Theoretischen Physik einzuführen.
Sodann verdanke ich viel Herrn Prof.Dr.P.Doleschall,der mir seinen Faddeev-Code zur Verfügung gestellt hat,die Modifikationen überwacht hat und mich auf viele Probleme des Systems ^{4}He-Neutron-Proton aufmerksam gemacht hat.
Schließlich danke ich den Herren Dr.C.Fayard,Dr.Y.Koike und Dr.I.Koersner,die viel Mühen auf sich genommen haben, um die Vergleichsrechnungen mit der Contourdeformationsmethode zu ermöglichen.Zwei Einladungen zu Vorträgen über meine vorläufigen Ergebnisse verdanke ich den Herren Prof. Dr.R.Hasse aus Grenoble,sowie Herrn Prof.Dr.K.Wick aus Hamburg.Besonders das Interesse von Herrn Prof.Dr.K.Wick hat mir sehr geholfen,die komplexe Welt des Dreiteilchenaufbruchs etwas näher kennenzulernen.Auch meinen Kollegen H.Klar,Dr.R.Kircher,Dr.H.Leeb,Dr.M.Orlowski und Herrn G. Spitz ein herzliches Danke-schön für Unterstützung und zum Teil wichtige Vorarbeiten.
Die äußerst umfangreichen Rechnungen auf der UNIVAC 1100/80 wären nicht möglich gewesen,ohne eine ausgezeichnete Unterstützung durch das Zentrum für Datenverarbeitung der Universität Tübingen;besonders Herr L.Butsch hat mir mit seinem unglaublichen Geschick,mit der UNIVAC umzugehen,immens geholfen.
Abschließend möchte ich Frau R.Adler für ihre freundliche Hilfe bei der Herstellung des Manuskriptes danken und allen Mitgliedern des Instituts für Physik für eine Atmosphäre in der es ein Vergnügenist,über Physik nachzudenken.

Lebenslauf und Schriftenverzeichnis:

Ich wurde am 7.2.49 in Krautostheim geboren.Meine Eltern sind Elfriede und Rudolf Hahn.Nach Besuchen der Volksschule in Kehlheim,Neustadt/Aisch und Regensburg wechselte ich zum Goethe-Gymnasium in Regensburg und absolvierte das Abitur im Juni 1969.Ich leistete anschließend 15 Monate Wehrdienst ab und begann im Oktober 1970 das Studium der Physik in Regensburg.Nach dem Vordiplom,Oktober 1972, setzte ich mein Studium in der Universität München fort. Im Juli 1978 schloß ich mein Studium mit dem Diplom ab und begann im Dezember 1978,erst als wissenschaftliche Hilfskraft dann als wiss. Angestellter,meine Tätigkeit an der Universität Tübingen.Ich arbeitete bis etwa Januar 1980 an der Entwicklung des Fischgrätenmodells mit und begann dann mit der Arbeit zu meiner Dissertation. Im August 1982 haben meine Freundin Ruth Lappe und ich geheiratet;die Dissertation wurde im Mai 1983 fertiggestellt.

Meine akademischen Lehrer waren die Herren Professoren: Batt,Benecke,Bopp,Bross,Dürr,Drechsler,Forster,Gebhardt, Gliemann,Hämmerlin,Hoffmann,Jänich,Keller,Meister,Rieger, Rollwagen,Schlieder,Skorka,Stuke,Süßmann,Weigel,Weizsäcker, Wienholtz.

Ich bin Mitautor der folgenden Veröffentlichungen:
1."Application of the Theory of quantized frictional motion to a Fusion and Deep Inelastic Heavy Ion Reaction",Nukleonika, vol.25,133,1980.
2."The Role of Partly Pauli-Forbidden States in Nucleus-Nucleus Elastic Scattering",Z.Phys.A 303,209,1981.
3."On the Present Status of the Problem of Charge Dependence and Charge Asymmetry of the Nucleon-Nucleon Force",Ann. d.Physik,Band 39,195,1982.

Offsetdruck Spengler
Lessingstraße 4 · 7401 Neustetten 1
Telefon (0 74 72) 2 21 45